

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2021

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{-3x}{x^2 + 7}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte

• Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies -3x = 0 \implies (0, 0)$.

• Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

d) $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.

e) Asíntotas:

• **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.

• **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{x^2 + 7} = 0$$

• **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{3(x^2 - 7)}{(x^2 + 7)^2} = 0 \implies x = \pm\sqrt{7}$

	$(-\infty, -\sqrt{7})$	$(-\sqrt{7}, \sqrt{7})$	$(\sqrt{7}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘	creciente ↗

La función es decreciente en el intervalo $(-\sqrt{7}, 0) \cup (0, \sqrt{7})$, y creciente en el intervalo $(-\infty, -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, \infty)$, tiene un mínimo en el punto $(\sqrt{7}, -\frac{3\sqrt{7}}{14}) = (2,65; -0,57)$ y un máximo en $(-\sqrt{7}, \frac{3\sqrt{7}}{14}) = (-2,65; 0,57)$.

g)

$$f''(x) = -\frac{6x(x^2 - 21)}{(x^2 + 7)^3} = 0 \implies x = 0, x = \pm\sqrt{21}$$

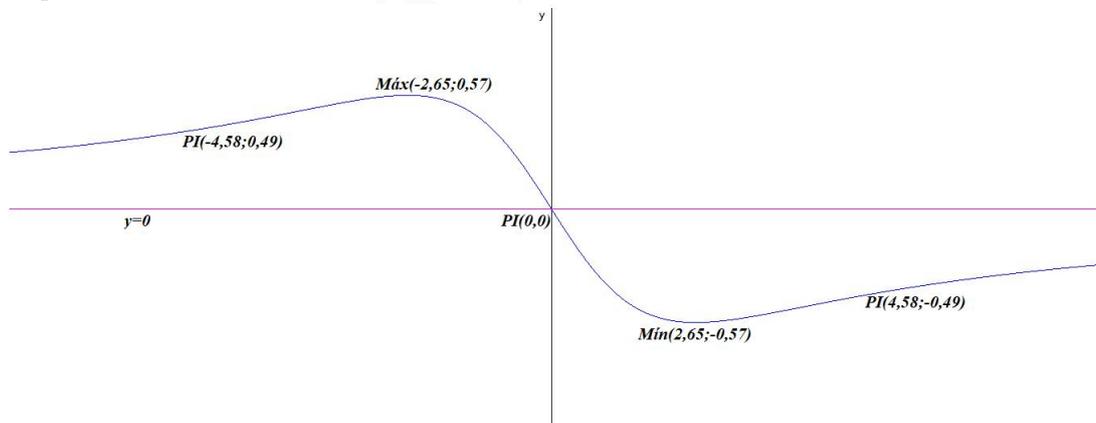
Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -\sqrt{21})$	$(-\sqrt{21}, 0)$	$(0, \sqrt{21})$	$(\sqrt{21}, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava ∩	convexa ∪	cóncava ∩	convexa ∪

Cóncava: $(-\infty, -\sqrt{21}) \cup (0, \sqrt{21})$ y Convexa: $(-\sqrt{21}, 0) \cup (\sqrt{21}, \infty)$

Puntos de Inflexión: $(0, 0)$, $(\sqrt{21}, -\frac{3\sqrt{21}}{28}) = (4,58; -0,49)$ y $(-\sqrt{21}, \frac{3\sqrt{21}}{28}) = (-4,58; 0,49)$.

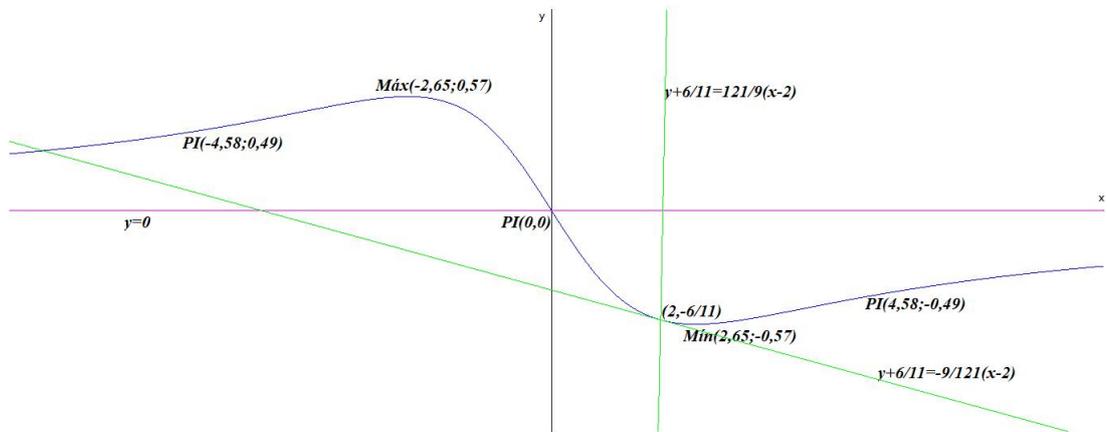
h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$: Como $m = f'(2) = -9/121$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{6}{11} = -\frac{9}{121}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{6}{11} = \frac{121}{9}(x - 2)$$



Como $f(2) = -6/11$ las rectas pasan por el punto $(2, -6/11)$.