Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2021

Problema 1 *(2 puntos)*Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $2x - y + 4 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{u_r} = (1, 2) \\ A(-1, 2) \end{array} \right.$$

- Vectorial: $(x, y) = (-1, 2) + \lambda(1, 2)$
- Paramétrica:$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{array} \right.$
- Continua: $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{2}$
- General: $2x - y + 4 = 0$
- Explícita: $y = 2x + 4$
- Punto pendiente: $y - 2 = 2(x + 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = 2 \Longrightarrow \alpha = 63^\circ 26' 6''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(1, 5)$ y la recta $r : x - 3y + 5 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

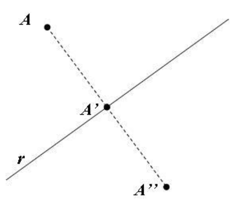
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : 3x + y - 2 = 0$.

Solución:

a) $x - 3y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 15 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 14$. La recta buscada es $h : x - 3y + 14 = 0$

b) $3x + y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 3 + 5 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -8$. La recta buscada es $t : 3x + y - 8 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r: x-3y+5=0 \\ t: 3x+y-8=0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{19}{10},\frac{23}{10}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A+A''}{2}=A' \Longrightarrow A''=2A'-A=2\left(\frac{19}{10},\frac{23}{10}\right)-(1,5)=\left(\frac{14}{5},-\frac{2}{5}\right)$$

d)

$$d(P,r)=d(P,s) \Longrightarrow \frac{|x-3y+5|}{\sqrt{10}}=\frac{|3x+y-2|}{\sqrt{10}} \Longrightarrow |x-3y+5|=|3x+y-2|$$

- $x-3y+5=3x+y-2 \Longrightarrow 2x+4y-7=0$
- $x-3y+5=-3x-y+2 \Longrightarrow 4x-2y+3=0$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-3,0)$, $B(0,6)$ y $C(2,3)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

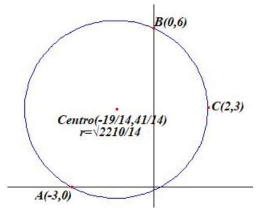
$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\left\{\begin{array}{c} -3m+p=-9 \\ 6n+p=-36 \\ 2m+3n+p=-13 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=19/7 \\ n=-41/7 \\ p=-6/7 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+\frac{19}{7}x-\frac{41}{7}y-\frac{6}{7}=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=\frac{19}{7} \Longrightarrow a=-\frac{19}{14} \\ \\ n=-2b=-\frac{41}{7} \Longrightarrow b=\frac{41}{14} \\ \\ p=-\frac{6}{7}=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=\frac{\sqrt{1885}}{16} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro}=\left(-\frac{19}{14},\frac{41}{14}\right),\quad r=\frac{\sqrt{2210}}{14}$$



Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2 = 36 \Longrightarrow a = 6, \quad b^2 = 16 \Longrightarrow b = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow c = 2\sqrt{5} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Eje Mayor= $2a = 12$
Eje Menor= $2b = 8$
Distancia Focal= $2c = 4\sqrt{5}$
Excentricidad= $e = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$
Vértices: $A(6,0)$, $A'(-6,0)$, $B(0,4)$, $B(0,-4)$
Focos: $F(2\sqrt{5},0)$, $F'(-2\sqrt{5},0)$
Ecuación general: $4x^2 + 9y^2 = 144$