Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Noviembre 2020

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, sabiendo que $\cot\alpha = -\frac{1}{8}$

Solución:

$$\cot\alpha = -\frac{1}{8} \Longrightarrow \tan\alpha = -8$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{65} \Longrightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{65}}{65}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = \frac{\sqrt{65}}{8} \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{8\sqrt{65}}{65}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$14\sin^2 x + \cos(2x) - 7\sin x = 0$$

Solución:

$14\sin^2 x + \cos(2x) - 7\sin x = 0 = 0 \Longrightarrow 14\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x - 7\sin x = 0 \Longrightarrow$

$13\sin^2 x + \cos^2 x - 7\sin x = 0 \Longrightarrow 13\sin^2 x + (1 - \sin^2 x) - 7\sin x = 0 \Longrightarrow$

$(t = \cos x) \Longrightarrow 13t^2 + (1 - t^2) - 7t = 0 \Longrightarrow 12t^2 - 7t + 1 = 0 \Longrightarrow t = \frac{1}{4},\ t = \frac{1}{3}$

$$\cos x = \begin{cases} \frac{1}{4} \Longrightarrow \begin{cases} x = 14^\circ 28' 39'' + 2k\pi \\ x = 165^\circ 31' 21'' + 2k\pi \end{cases} & k \in Z \\ \frac{1}{3} \Longrightarrow \begin{cases} x = 19^\circ 28' 16'' + 2k\pi \\ x = 160^\circ 31' 44'' + 2k\pi \end{cases} & k \in Z \end{cases}$$

Problema 3 Demostrar que:

$$\cos 2\alpha \cdot \tan(\alpha) = \frac{\sin 2\alpha}{2}(1 - \tan^2\alpha)$$

Solución:

$$\frac{\sin 2\alpha}{2}(1 - \tan^2\alpha) = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2}\left(1 - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) = (\sin\alpha\cos\alpha)\left(\frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}\right) =$$

$$\cos 2\alpha \cdot \tan(\alpha)$$

Problema 4 Enunciar y demostrar el teorema del coseno.

Solución:(Ver Teoría)