Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Diciembre 2020

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^4-2x^2-x+1}{5x^4+3x-1}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2-x+8}{5x^2+5x+1}\right)^{x-9}$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{7x^2+4x-3}{7x^2-5}\right)^{3x}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^4-x^3-7x^2+5x+1}}{3x^2+2x+9}$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4-5x^3+12x^2-9x+1}{3x^4-5x^3+8x^2-9x+3}$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2}\dfrac{3x^3+2x^2-28x+24}{x^3+3x^2-16x+12}$

g) $\lim_{x\longrightarrow 7}\dfrac{\sqrt{x^2-6}-\sqrt{6x+1}}{x-7}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{4x+3}}{x-5}$

Solución:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^4-2x^2-x+1}{5x^4+3x-1}=\dfrac{7}{5}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2-x+8}{5x^2+5x+1}\right)^{x-9}=0$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{7x^2+4x-3}{7x^2-5}\right)^{3x}=e^{12/7}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^4-x^3-7x^2+5x+1}}{3x^2+2x+9}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

e) $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4-5x^3+12x^2-9x+1}{3x^4-5x^3+8x^2-9x+3}=1$

f) $\lim_{x\longrightarrow 2}\dfrac{3x^3+2x^2-28x+24}{x^3+3x^2-16x+12}=2$

g) $\lim_{x\longrightarrow 7}\dfrac{\sqrt{x^2-6}-\sqrt{6x+1}}{x-7}=\dfrac{4\sqrt{43}}{43}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2-2}-\sqrt{4x+3}}{x-5}=\dfrac{3\sqrt{23}}{23}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{4x^3+x^2-5x+3}$

b) $y = \ln(7x^3 + 8)$

c) $y = (x^2 - 7x + 3)^{41}$

d) $y = (3x^2 + x - 1)(x^3 + x^2 - 3)$

e) $y = \dfrac{x^2 - 6}{2x - 3}$

f) $y = \ln \frac{x^2-5x+3}{x^2-7x+5}$

g) $y = (x^2 + 5)^{\sin x}$

h) $y = \arctan(x^2 + 6x - 3)$

i) $y = \sqrt{5x^2 - 4x + 1}$

Solución:

a) $y = e^{4x^3+x^2-5x+3} \Longrightarrow y' = (12x^2 + 2x - 5)e^{4x^3+x^2-5x+3}$

b) $y = \ln(7x^3 + 8) \Longrightarrow y' = \dfrac{21x^2}{7x^3 + 8}$

c) $y = (x^2 - 7x + 3)^{41} \Longrightarrow y' = 41(x^2 - 7x + 3)^{40}(2x - 7)$

d) $y = (3x^2 + x - 1)(x^3 + x^2 - 3) \Longrightarrow y' = (6x + 1)(x^3 + x^2 - 3) + (3x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x)$

e) $y = \dfrac{x^2 - 6}{2x - 3} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x)(2x - 3) - (x^2 - 6)2}{(2x - 3)^2}$

f) $y = \ln \frac{x^2-5x+3}{x^2-7x+5} = \ln(x^2 - 5x + 3) - \ln(x^2 - 7x + 5) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x - 5}{x^2 - 5x + 3} - \dfrac{2x - 7}{x^2 - 7x + 5}$

g) $y = (x^2 + 5)^{\sin x} \Longrightarrow y' = (x^2 + 5)^{\sin x} \left(\cos x \ln(x^2 + 5) + \sin x \frac{2x}{x^2+5}\right)$

h) $y = \arctan(x^2 + 6x - 3) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x + 6}{1 + (x^2 + 6x - 3)^2}$

i) $y = \sqrt{5x^2 - 4x + 1} \Longrightarrow y' = \dfrac{10x - 4}{2\sqrt{5x^2 - 4x + 1}}$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal a la siguiente funciones en el punto $x = 1$:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{x^2 - 2}$.

b) $f(x) = (x - 3)e^{2x-2}$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = -2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 8x + 2}{(x^2 - 2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = -5$$

Recta Tangente: $y + 2 = -5(x - 1)$

Recta Normal: $y + 3 = \frac{1}{5}(x - 1)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = -2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = (2x + 7)e^{2x-5} \Longrightarrow m = f'(1) = -3$$

Recta Tangente: $y + 2 = -3(x - 1)$

Recta Normal: $y + 2 = \dfrac{1}{3}(x - 1)$