Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS

Marzo 2020

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^3-x^2-5x+3}{2x^3-3x^2-3}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{6x^2-x+9}{5x^2+x-8}\right)^{x^3+7x-4}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-x+8}{5x^2-6}\right)^{5x+1}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{7x^3-5x+3}}{2x^2-x+2}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{9x^5+3x^4-6x^3-5x^2+4x-5}{3x^5-9x^4-3x^3+10x-1}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{3x^3-7x^2+x+2}{4x^3-9x^2+x+2}$

7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{2x^2+3}-\sqrt{9x+8}}{x-5}$

8. $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{3x^3-x^2-5x+3}{2x^3-3x^2-3}=\dfrac{3}{2}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{6x^2-x+9}{5x^2+x-8}\right)^{x^3+7x-4}=\infty$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2-x+8}{5x^2-6}\right)^{5x+1}=e^{-1}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{7x^3-5x+3}}{2x^2-x+2}=0$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{9x^5+3x^4-6x^3-5x^2+4x-5}{3x^5-9x^4-3x^3+10x-1}=-\dfrac{33}{20}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{3x^3-7x^2+x+2}{4x^3-9x^2+x+2}=\dfrac{9}{13}$

7. $\lim\limits_{x \longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2+3}-\sqrt{9x+8}}{x-5} = \dfrac{11\sqrt{53}}{106}$

8. $\lim\limits_{x \longrightarrow 8} x-5\dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8} = \dfrac{9\sqrt{61}}{122}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = e^{2x^3-5x^2-x+3}$
2. $y = \ln(3x^4-2x-1)$
3. $y = (5x^2-2x+2)^{32}$
4. $y = (x^2+2x-1)(5x^3-x^2+3x+2)$
5. $y = \frac{x^2-5x+3}{8x+7}$
6. $y = \ln\frac{x^2-7x+2}{2x^2-9}$
7. $y = e^{2x^3-7}\cdot(3x^3-2)$
8. $y = \frac{e^{x^2+7}}{x^3-1}$

Solución:

1. $y = e^{2x^3-5x^2-x+3} \Longrightarrow y' = (6x^2-10x-1)e^{2x^3-5x^2-x+3}$
2. $y = \ln(3x^4-2x-1) \Longrightarrow y' = \dfrac{12x^3-2}{3x^4-2x-1}$
3. $y = (5x^2-2x+2)^{32} \Longrightarrow y' = 32(5x^2-2x+2)^{31}(10x-2)$
4. $y = (x^2+2x-1)(5x^3-x^2+3x+2) \Longrightarrow y' = (2x+2)(5x^3-x^2+3x+2)+(x^2+2x-1)(15x^2-2x+3)$
5. $y = \dfrac{x^2-5x+3}{8x+7} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x-5)(8x+7)-(x^2-5x+3)8}{(8x+7)^2}$
6. $y = \ln\frac{x^2-7x+2}{2x^2-9} = \ln(x^2-7x+2)-\ln(2x^2-9) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x-7}{x^2-7x+2} - \dfrac{4x}{2x^2-9}$
7. $y = e^{2x^3-7}\cdot(3x^3-2) \Longrightarrow y' = (6x^2)e^{2x^3-7}(3x^3-2)+e^{2x^3-7}(9x^2)$
8. $y = \frac{e^{x^2+7}}{x^3-1} \Longrightarrow y' = \dfrac{2xe^{x^2+7}(x^3-1)-e^{x^2+7}(3x^2)}{(x^3-1)^2}$

Problema 3 Calcular

1. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2-5}{x^2+2}$ en el punto $x = 2$.

2. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 2e^{2x-4}$ en el punto $x = 2$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = -1/6$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = \frac{14x}{(x^2+2)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = \frac{7}{9}$$

   Recta Tangente: $y + \frac{1}{6} = \frac{7}{9}(x-2)$

   Recta Normal: $y + \frac{1}{6} = -\frac{9}{7}(x-2)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 2$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = 4e^{2x-4} \Longrightarrow m = f'(2) = 4$$

   Recta Tangente: $y - 2 = 4(x-2)$

   Recta Normal: $y - 2 = -\frac{1}{4}(x-2)$