Examen de Estadística

Mayo 2020

Problema 1 Una envasadora de naranjas va seleccionando el tamaño de éstas y las ordena en cajas. La probabilidad de que una naranja envasada no esté dentro de los parámetros de peso requeridos es de 0,05. Elegimos 5 naranjas al azar de una caja y se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. (0,5 puntos) Ninguna está dentro de los parámetros adecuados.
2. (0,5 puntos) Todas están dentro de los parámetros adecuados.
3. (0,75 puntos) Tres o menos de tres no están dentro de los parámetros adecuados.
4. (0,75 puntos) Más de dos no están dentro de los parámetros adecuados.
5. (0,75 puntos) Dos o más de dos y menos de cuatro no están dentro de los parámetros adecuados.

Solución:

$$B(5;0,05)$$

1. $P(X=5)=\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}\cdot 0,05^5\cdot 0,95^0=3,125\cdot 10^{-7}$
2. $P(X=0)=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\cdot 0,05^0\cdot 0,95^5=0,7737809374$
3. $P(X\le 3)=1-(P(X=4)+P(X=5))=$ $1-\left(\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}\cdot 0,05^4\cdot 0,95^1+\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}\cdot 0,05^5\cdot 0,95^0\right)=1-3\cdot 10^{-5}=$ $0,99997$
4. $P(X>2)=1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))=$ $1-\left(\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\cdot 0,05^0\cdot 0,95^5+\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}\cdot 0,05^1\cdot 0,95^4+\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}\cdot 0,05^2\cdot 0,95^3\right)=$ $1-0,998841875=0,001158125$
5. $P(2\le X<4)=P(X=2)+P(X=3)=$ $\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}\cdot 0,05^2\cdot 0,95^3+\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}\cdot 0,05^3\cdot 0,95^2=0,0225625$

Problema 2 Se han envasado 5000 naranjas y la probabilidad de que una de ellas esté fuera de los parámetros requeridos de peso es de 0,05. Se pide:

1. (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.

2. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya más de 280 compradores.

3. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya 205 como mínimo y menos de 293.

4. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya entre 210 y 290 compradores.

5. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya más 221 pero menos de 276.

6. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya menos de 223 compradores.

7. (0,5 puntos) Si se recogen 8432 y se van a embalar,¿cuántas estarán fuera de rango en su peso?

Solución

1.

$$p = 0,05, \;\; q = 1 - p = 0,95, \;\; n = 5000 \Longrightarrow B(5000; 0,25)$$

Como $n > 10$, $np = 250 > 5$ y $nq = 4750 > 5$:

$$\mu = np = 250, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 15,411 \Longrightarrow$$

$$N(250,1; 15,411)$$

2. $P(X > 280,5) = P\left(Z > \frac{280,5-250}{15,411}\right) = P(Z > 1,98) = 1 - P(Z < 1,98) = 1 - 0,9761 = 0,0239$

3. $P(204,5 < X < 292,5) = P\left(\frac{204,5-250}{15,411} < Z < \frac{292,5-250}{15,411}\right) = P\left(-2,95 < Z < 2,76\right) = P(Z < 2,76) - P(Z < -2,95) = P(Z < 2,76) - (1 - P(Z < 2,95)) = 0,9971 - (1 - 0,9984) = 0,9955$

4. $P(209,5 < X < 290,5) = P\left(\frac{209,5-250}{15,411} < Z < \frac{290,5-250}{15,411}\right) = P\left(-2,63 < Z < 2,63\right) = P(Z < 2,63) - P(Z < -2,63) = P(Z < 2,63) - (1 - P(Z < 2,63)) = 0,9914$

5. $P(220,5 < X < 275,5) = P\left(\frac{220,5-250}{15,411} < Z < \frac{275,5-250}{15,411}\right) = P\left(-1,91 < Z < 1,65\right) = P(Z < 1,65) - P(Z < -1,91) = P(Z < 1,65) - (1 - P(Z < 1,91)) = 0,9224$

6. $P(X < 222,5) = P\left(Z < \frac{222,5-250}{15,411}\right) = (Z < -1,78) = 1 - P\left(Z < 1,78\right) = 0,0375$

7. Si $n = 8432$ entonces $E[X] = np = 8432 \cdot 0,05 = 421,6$ como tiene que ser un número natural diríamos 422 naranjas.

Problema 3 El número de cajas que llegan a los proveedores es siempre la misma, son pesadas y la cantidad de cajas rechazadas por defectos de peso siguen una distribución normal de media 25 con una desviación típica de 5 cajas. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. (0,5 puntos) se rechazan más de 18 cajas.
2. (0,75 puntos) se rechazan entre 19 y 32 cajas.
3. (0,75 puntos) se rechazan entre 28 y 33 cajas.
4. (0,75 puntos) se rechazan entre 17 y 20 cajas.
5. (0,5 puntos) se rechazan menos de 22 cajas.

Solución:

$$N(25,5)$$

1. $P(X > 18) = P\left(Z > \frac{18-25}{5}\right) = P(Z > -1,4) = 1 - P(Z < -1,4) = P(Z < 1,4) = 0,9192$
2. $P(19 < X < 32) = P\left(\frac{19-25}{5} < Z < \frac{32-25}{5}\right) = P(-1,2 < Z < 1,4) = P(Z < 1,4) - P(Z < -1,2) = P(Z < 1,4) - (1 - P(Z < 1,2)) = 0,8041$
3. $P(28 < X < 33) = P\left(\frac{28-25}{5} < Z < \frac{33-25}{5}\right) = P(0,6 < Z < 1,6) = P(Z < 1,6) - P(Z < 0,6) = 0,2195$
4. $P(17 < X < 20) = P\left(\frac{17-25}{5} < Z < \frac{20-25}{5}\right) = P(-1,6 < Z < -1) = P(Z < -1) - P(Z < -1,6) = 1 - P(Z < 1) - (1 - P(Z < 1,6)) = 0,1039$
5. $P(X < 22) = P\left(Z < \frac{22-25}{5}\right) = P(Z < -0,6) = 1 - P(Z < 0,6) = 0,2743$