# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

**Febrero 2019**

**Problema 1** (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x-6y+5=0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

**Solución:**

$$r:\begin{cases} \overrightarrow{u_r}=(6,1) \\ A(1,1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x,y)=(1,1)+\lambda(6,1)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x=1+6\lambda \\ y=1+\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y-1}{1}$
- General: $x-6y+5=0$
- Explícita: $y=\dfrac{1}{6}x+\dfrac{5}{6}$
- Punto pendiente: $y-1=\dfrac{1}{6}(x-1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m=\tan\alpha=\dfrac{1}{6}\Longrightarrow \alpha=9^{\circ}27'44''$

**Problema 2** (5 puntos) Si los puntos $A(-1,-5)$, $B(9,-2)$ y $C(3,7)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular

a) (1,5 puntos) el circuncentro.

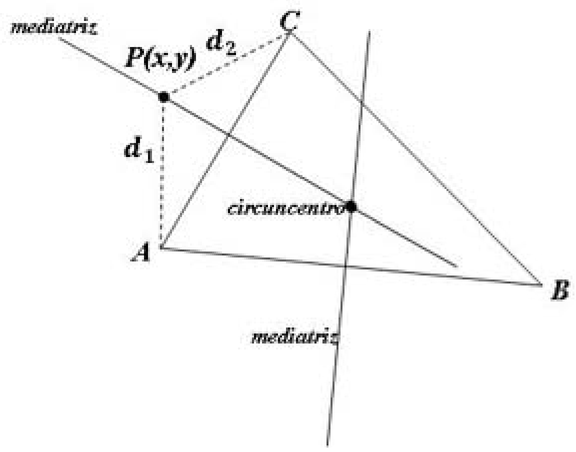
b) (2 puntos) sus ángulos y decidir que tipo de triángulo es.

c) (1,5 puntos) calcular la longitud de la altura sobre el lado $AB$ y la ecuación de la recta que la define.

**Solución:**

a) - Mediatriz entre $A$ y $B$:

$$\sqrt{(x+1)^2+(y+5)^2}=\sqrt{(x-9)^2+(y+2)^2}\Longrightarrow 20x+6y-59=0$$




- Mediatriz entre $A$ y $C$:

$$\sqrt{(x+1)^2+(y+5)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-7)^2}\Longrightarrow x+3y-4=0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 20x+6y-59=0 \\ x+3y-4=0 \end{cases} \Longrightarrow \left(\frac{17}{6},\frac{7}{18}\right)$$

b) $|\overrightarrow{AB}|=|(10,3)|=\sqrt{109}$, $|\overrightarrow{AC}|=|(4,12)|=4\sqrt{10}$:

$$\cos\hat{A}=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{40+36}{\sqrt{109}\cdot 4\sqrt{10}}\Longrightarrow \hat{A}=54^{\circ}51'57''$$

$|\overrightarrow{BA}|=|(-10,-3)|=\sqrt{109}$, $|\overrightarrow{BC}|=|(-6,9)|=3\sqrt{13}$:

$$\cos\hat{B}=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{60-27}{\sqrt{109}\cdot 3\sqrt{13}}\Longrightarrow \hat{B}=73^{\circ}0'33''$$

$|\overrightarrow{CA}|=|(-4,-12)|=4\sqrt{10}$, $|\overrightarrow{CB}|=|(6,-9)|=3\sqrt{13}$:

$$\cos\hat{C}=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{-24+108}{4\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{13}}\Longrightarrow \hat{C}=52^{\circ}7'30''$$

Se trata de un triángulo escaleno.

c) $\overrightarrow{AB}=(10,3)\perp\overrightarrow{u}=(3,-10)$:
La recta que une $A$ y $B$: $3x-10y+\lambda=0$ como tiene que pasar por $A(-1,-5)\Longrightarrow -3+50+\lambda=0\Longrightarrow \lambda=-47\Longrightarrow t: 3x-10y-47=0$

$$\text{Altura}=d(C,t)=\frac{|9-70-47|}{\sqrt{9+100}}=\frac{108\sqrt{109}}{109}\ u$$

La recta que define esta altura tiene de ecuación $h_1 : 10x + 3y + \lambda = 0$ y, como pasa por $C(3,7)$, tenemos $30 + 21 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -51 \Longrightarrow h_1 : 10x + 3y - 51 = 0$

**Problema 3** (3 puntos) Sea el punto $A(1,-3)$ y la recta $r : 3x - 2y - 1 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a $r$ que pase por el punto $A$.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a $r$ que pase por el punto $A$.

c) (1 punto) El punto $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$.

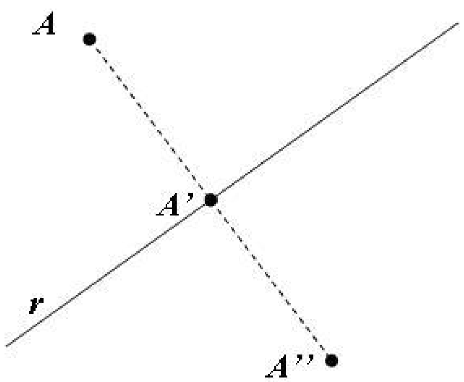
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de $r$ con $s : 2x + 3y + 3 = 0$.

**Solución:**

a) $3x - 2y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 3 + 6 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -9$. La recta buscada es $h : 3x - 2y - 9 = 0$

b) $2x+3y+\lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 2-9+\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 7$. La recta buscada es $t : 2x + 3y + 7 = 0$

c) Calculamos $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$:




- Calculamos una recta $t$ perpendicular a $r$ y que pase por $A$, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre $r$ y $t$:

$$\left\{\begin{array}{l} r : 3x - 2y - 1 = 0 \\ t : 2x + 3y + 7 = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(-\frac{11}{13}, -\frac{23}{13}\right)$$

- El punto $A'$ calculado es el punto medio entre el punto $A$ y el punto $A''$ que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(-\frac{11}{13}, -\frac{23}{13}\right) - (1,-3) = \left(-\frac{35}{13}, -\frac{7}{13}\right)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|3x-2y-1|}{\sqrt{14}} = \frac{|2x+3y+3|}{\sqrt{14}} \Longrightarrow |3x-2y-1| = |2x+3y+3|$$

- $3x - 2y - 1 = 2x + 3y + 3 \Longrightarrow x - 5y - 4 = 0$
- $3x - 2y - 1 = -2x - 3y - 3 \Longrightarrow 5x + y + 2 = 0$