Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2019

Problema 1 (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 9y + 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r: \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (9, 1) \\ A(-1, 0) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (-1, 0) + \lambda(9, 1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 9\lambda \\ y = \lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x+1}{9} = \dfrac{y}{1}$
- General: $x - 9y + 1 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{1}{9}x + \dfrac{1}{9}$
- Punto pendiente: $y = \dfrac{1}{9}(x + 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{9} \Longrightarrow \alpha = 6^{o}20'25''$

Problema 2 (3 puntos) Sea el punto $A(1, 3)$ y la recta $r : 3x - y + 2 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

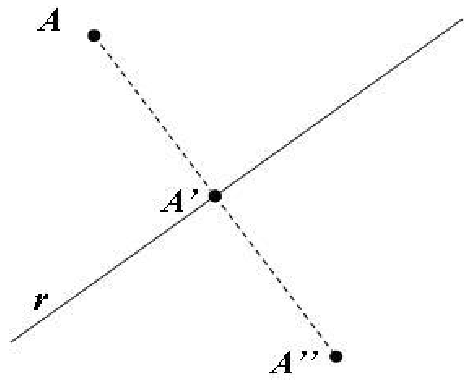
c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : x - 3y + 1 = 0$.

Solución:

a) $3x-y+\lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 3-3+\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 0$. La recta buscada es $h : 3x - y = 0$

b) $x + 3y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1+9+\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -10$. La recta buscada es $t : x + 3y - 10 = 0$



c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:

- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r: 3x - y + 2 = 0 \\ t: x + 3y - 10 = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{2}{5}, \frac{16}{5}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{2}{5}, \frac{16}{5}\right) - (1,3) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{17}{5}\right)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|3x - y + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{|x - 3y + 1|}{\sqrt{5}} \Longrightarrow |3x - y + 2| = |x - 3y + 1|$$

- $3x - y + 2 = x - 3y + 1 \Longrightarrow 2x + 2y + 1 = 0$
- $3x - y + 2 = -x + 3y - 1 \Longrightarrow 4x - 4y + 3 = 0$

Problema 3 (3 puntos) Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-2,0)$, $B(0,5)$ y $C(1,6)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\left\{\begin{array}{r} -2m + p = -4 \\ 5n + p = -25 \\ m + 6n + p = -37 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m = -13 \\ n = 1 \\ p = -30 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2 + y^2 - 13x + y - 30 = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=-13 \Longrightarrow a=13/2 \\ n=-2b=1 \Longrightarrow b=-1/2 \\ p=-30=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=\frac{\sqrt{290}}{2} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = \left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right), \quad r=\frac{\sqrt{290}}{2}$$

Problema 4 (2 puntos) Encontrar los puntos de la recta

$$r: \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}$$

que se encuentran a una distancia 7 del punto $P(1,-1)$.
Solución:
Construimos la circunferencia de centro P y radio 7:

$$(x-1)^2+(y+1)^2=49$$

Cortamos r con esta circunferencia; para ello ponemos r en parámetricas:
$r: \left\{\begin{array}{l} x=2+2\lambda \\ y=1+\lambda \end{array}\right.$ y sustituimos en la circunferencia:

$$(1+2\lambda)^2+(2+\lambda)^2=49 \Longrightarrow 5\lambda^2+8\lambda-44=0 \Longrightarrow \lambda_1=2,72, \;\; \lambda_2=-3,87$$

$$\left\{\begin{array}{l} \lambda_1=2,72 \Longrightarrow P_1(7,44;3,72) \\ \lambda_2=-3,87 \Longrightarrow P_2\,(-5,74;-2,87) \end{array}\right.$$