Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2019

Problema 1 (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $4x - y - 3 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r: \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (1,4) \\ A(1,1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(1, 4)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + 4\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4}$
- General: $4x - y - 3 = 0$
- Explícita: $y = 4x - 3$
- Punto pendiente: $y + 3 = 4x$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = 4 \Longrightarrow \alpha = 75^{\circ}57'50''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(1, 7)$ y la recta $r : x - 6y + 2 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

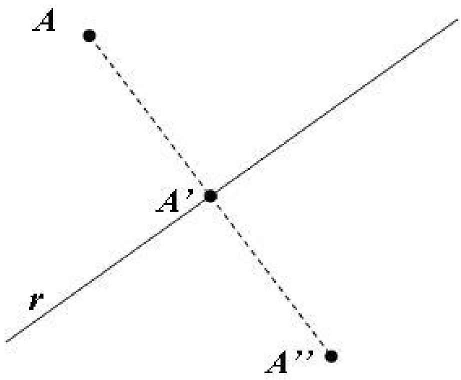
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : 6x - y + 1 = 0$.

Solución:

a) $x - 6y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 42 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 41$. La recta buscada es $h : x - 6y + 41 = 0$

b) $6x + y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 6 + 7 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -13$. La recta buscada es $t : 6x + y - 13 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\begin{cases} r: x-6y+2=0 \\ t: 6x+y-13=0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(\frac{76}{37}, \frac{25}{37}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A+A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{76}{37}, \frac{25}{37}\right) - (1,7) = \left(\frac{115}{37}, -\frac{209}{37}\right)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|x-6y+2|}{\sqrt{37}} = \frac{|6x-y+1|}{\sqrt{37}} \Longrightarrow |x-6y+2| = |6x-y+1|$$

- $x-6y+2 = 6x-y+1 \Longrightarrow 5x+5y-1=0$
- $x-6y+2 = -6x+y-1 \Longrightarrow 7x-7y+3=0$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-2,0)$, $B(0,4)$ y $C(1,1)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\begin{cases} -2m+p=-4 \\ 4n+p=-16 \\ m+n+p=-2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-4 \\ p=0 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+2x-4y=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=2 \Longrightarrow a=-1 \\ n=-2b=-4 \Longrightarrow b=2 \\ p=0=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=\sqrt{5} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro}=(-1,2)\,, \quad r=\sqrt{5}$$

Problema 4 *(2 puntos)* Sea $\dfrac{x^2}{81}+\dfrac{y^2}{16}=1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2=81 \Longrightarrow a=9, \quad b^2=16 \Longrightarrow b=4$$

$$a^2=b^2+c^2 \Longrightarrow c=\sqrt{65} \quad e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{65}}{9}$$

Eje Mayor$=2a=18$
Eje Menor$=2b=8$
Distancia Focal$=2c=2\sqrt{65}$
Excentricidad$=e=\dfrac{\sqrt{65}}{9}$
Vértices: $A(9,0)$, $A'(-9,0)$, $B(0,4)$, $B(0,-4)$
Focos: $F(\sqrt{65},0)$, $F'(-\sqrt{65},0)$
Ecuación general: $16x^2+81y^2=1296$