Examen de Matemáticas 1ºBachillerato(CN)

Mayo 2019

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = -\frac{2x}{(x-3)^2}$$

Se pide:

a) Calcular su dominio.

b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.

c) Calcular su signo.

d) Calcular su simetría.

e) Calcular sus asíntotas.

f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.

g) Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.

h) Representación gráfica.

i) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abcisa $x = 0$.

Solución:

a) Dominio de f: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$

b) Puntos de Corte

- Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \Longrightarrow 2x = 0 \Longrightarrow (0,0)$.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow f(0) = 0 \Longrightarrow (0,0)$.

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	$+$	$-$

d) $f(-x) \neq \pm f(x) \Longrightarrow$ la función no tiene simetría.

e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 3$:

$$\lim_{x \longrightarrow 3^-} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \left[\frac{-6}{0^+}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 3^+} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \left[\frac{-6}{0^+}\right] = -\infty$$

nunca.

- **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{-2x}{(x-3)^2} = 0$
- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{2(x+3)}{(x-3)^3} = 0 \Longrightarrow x = -3$

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 3)$	$(3, +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

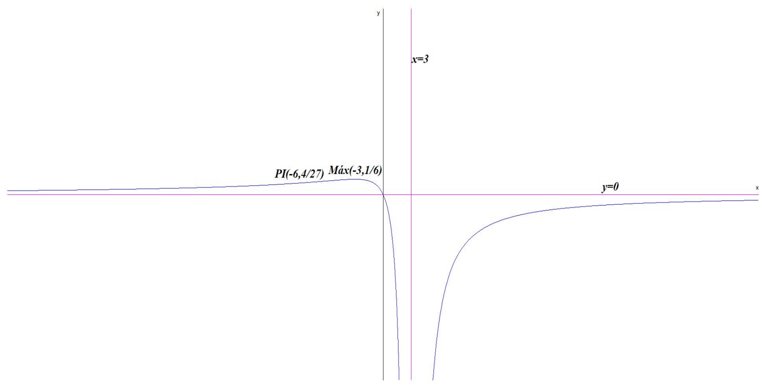
La función es decreciente en el intervalo $(-3, 3)$.
La función es creciente en el intervalo $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$.
La función tiene un máximo en el punto $(-3, 1/6)$.

g) $f''(x) = -\frac{4(x+6)}{(x-3)^4} = 0 \Longrightarrow x = -6$

	$(-\infty, -6)$	$(-6, +\infty)$
$f''(x)$	$+$	$-$
$f(x)$	cóncava	convexa

Convexa: $(-6, 3) \cup (3, +\infty)$ y Cóncava: $(-\infty, -6)$ con punto de inflexión: $(-6, 4/27)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = -2/9$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente}: \; y = -\frac{2}{9}x$$

$$\text{Recta Normal}: \; y = \frac{9}{2}x$$

Como $f(0) = 0$ las rectas pasan por el punto $(0, 0)$.