Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Abril 2018

Problema 1 (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $5x-y-2=0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r:\begin{cases} \overrightarrow{u_r}=(1,5)\\ A(0,-2)\end{cases}$$

- Vectorial: $(x,y)=(0,-2)+\lambda(1,5)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x=\lambda\\ y=-2+5\lambda\end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{5}$
- General: $5x-y-2=0$
- Explícita: $y=5x-2$
- Punto pendiente: $y+2=5x$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m=\tan\alpha=-3\Longrightarrow\alpha=78^{o}41'24''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(2,9)$ y la recta $r:x-5y+2=0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

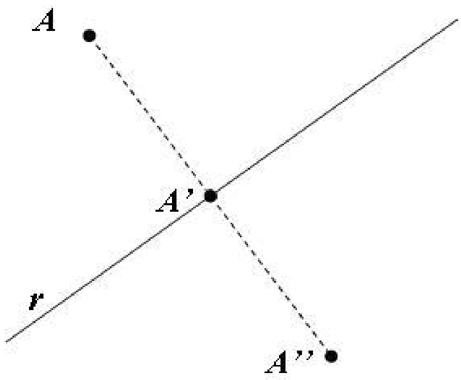
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s:5x-y+1=0$.

Solución:

a) $x-5y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A\Longrightarrow 2-45+\lambda=0\Longrightarrow$ $\lambda=43$. La recta buscada es $h:x-5y+43=0$

b) $5x+y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A\Longrightarrow 10+9+\lambda=0\Longrightarrow$ $\lambda=-19$. La recta buscada es $t:5x+y-19=0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\begin{cases} r : x - 5y + 2 = 0 \\ t : 5x + y - 19 = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(\frac{93}{26}, \frac{29}{26}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{93}{26}, \frac{29}{26}\right) - (2, 9) = \left(\frac{67}{13}, -\frac{88}{13}\right)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \Longrightarrow \frac{|x - 5y + 2|}{\sqrt{26}} = \frac{|5x - y + 1|}{\sqrt{26}} \Longrightarrow |x - 5y + 2| = |5x - y + 1|$$

- $x - 5y + 2 = 5x - y + 1 \Longrightarrow 4x + 4y - 1 = 0$
- $x - 5y + 2 = -5x + y - 1 \Longrightarrow 2x - 2y + 1 = 0$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-3, 0)$, $B(0, 5)$ y $C(1, 1)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\begin{cases} -3m + p = -9 \\ 5n + p = -25 \\ m + n + p = -2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = -5 \\ p = 0 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 3x - 5y = 0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m = -2a = 3 \Longrightarrow a = -\frac{3}{2} \\ n = -2b = -5 \Longrightarrow b = \frac{5}{2} \\ p = 0 = a^2 + b^2 - r^2 \Longrightarrow r = \frac{\sqrt{34}}{2} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right), \quad r = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{25} = 1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2 = 36 \Longrightarrow a = 6, \quad b^2 = 25 \Longrightarrow b = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow c = \sqrt{11} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

Eje Mayor= $2a = 12$
Eje Menor= $2b = 10$
Distancia Focal= $2c = 2\sqrt{11}$
Excentricidad= $e = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$
Vértices: $A(6, 0)$, $A'(-6, 0)$, $B(0, 5)$, $B(0, -5)$
Focos: $F(\sqrt{11}, 0)$, $F'(-\sqrt{11}, 0)$
Ecuación general: $25x^2 + 36y^2 = 900$