

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Mayo 2018

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = -\frac{5x}{(x-1)^2}$$

Se pide:

- a) Calcular su dominio.
- b) Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- c) Calcular su signo.
- d) Calcular su simetría.
- e) Calcular sus asíntotas.
- f) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- g) Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- h) Representación gráfica.
- i) Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- a) Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
- b) Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 5x = 0 \implies (0, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.
- c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

- d) $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no tiene simetría.
- e) Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-5x}{(x-1)^2} = \left[\frac{-5}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x}{(x-1)^2} = \left[\frac{-5}{0^+} \right] = -\infty$$

nunca.

- **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x}{(x-1)^2} = 0$
- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{5(x+1)}{(x-1)^3} = 0 \implies x = -1$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es decreciente en el intervalo $(-1, 1)$.

La función es creciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$.

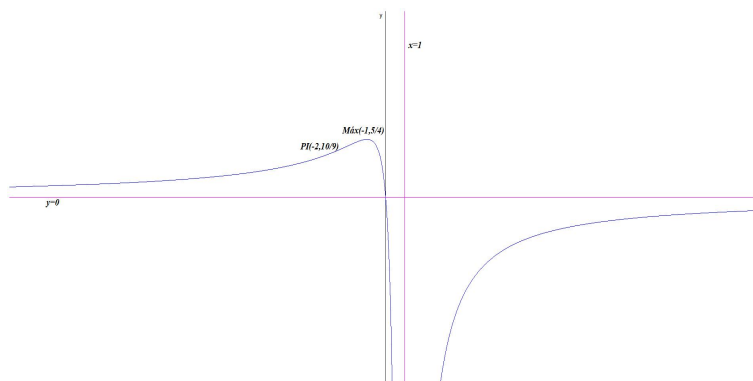
La función tiene un máximo en el punto $(-1, 5/4)$.

g) $f''(x) = -\frac{10(x+2)}{(x-1)^4} = 0 \implies x = -2$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, +\infty)$
$f''(x)$	+	-
$f(x)$	cóncava	convexa

Convexa: $(-2, 1) \cup (1, +\infty)$ y Cóncava: $(-\infty, -2)$ con punto de inflexión: $(-2, 10/9)$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = -5$ tenemos que

Recta Tangente : $y = -5x$

Recta Normal : $y = \frac{1}{5}x$

Como $f(0) = 0$ las rectas pasan por el punto $(0, 0)$.

