

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Mayo 2018

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x^2 + 2 = 0 \implies$ No hay puntos de corte con OX .
 - Corte con el eje OY tampoco hay puntos de corte con ese eje.
-

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 2}{x} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2 + 2}{x} = \left[\frac{2}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^2 + 2}{x} = \left[\frac{2}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2}{x} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2}{x^2} = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 2}{x} - 2x \right) = 0$$

Luego la asíntota oblicua es $y = 2x$

f)

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x^2} = 0 \implies x = -1, x = 1$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-1, 0) \cup (0, 1)$.

La función tiene un máximo en el punto $(-1, -4)$ y un mínimo en $(1, 4)$.

g)

$$f''(x) = \frac{4}{x^3} \neq 0$$

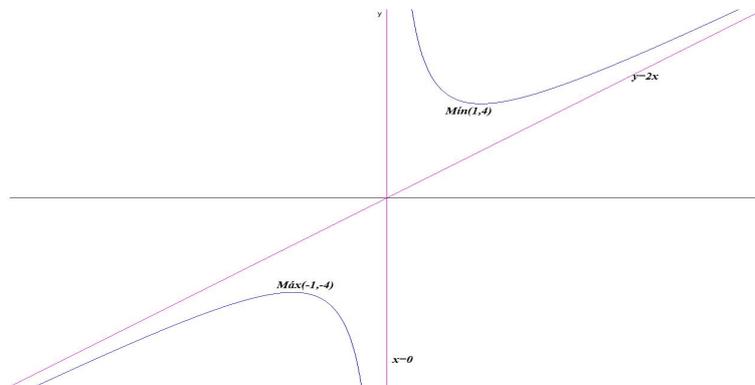
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava: $(2, +\infty)$

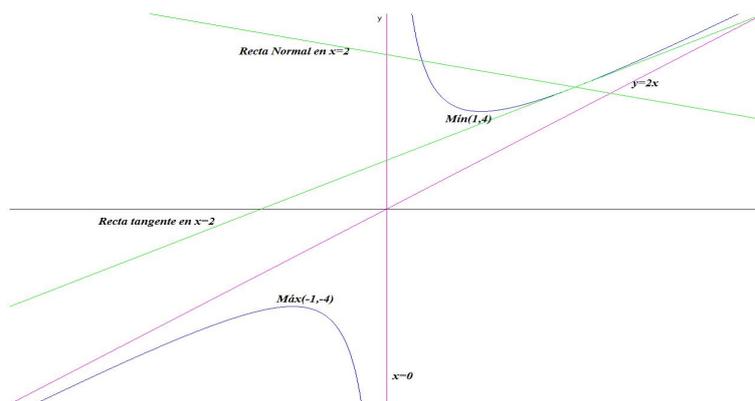
Convexa: $(-\infty, 2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$:

Como $m = f'(2) = 3/2$ tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y - 5 = \frac{3}{2}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - 5 = -\frac{2}{3}(x - 2)$$

Como $f(2) = 5$ las rectas pasan por el punto $(2, 5)$.