Examen de Estadística

Mayo 2017

Problema 1 Una barco barco se dedica a la pesca de sardinas en el mar Cantabrico. Se calcula que el 20 % de las capturas que hacen son de otra especie de peces. Sacan 5 peces que acaban de capturan. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. (0,5 puntos) Ninguno es una sardina.
2. (0,5 puntos) Todos todos son sardinas.
3. (0,75 puntos) Tres o menos de tres no son sardinas.
4. (0,75 puntos) Mas de dos no son sardinas.
5. (0,75 puntos) Dos o mas de dos y menos de cuatro no son sardinas.

Solución:

$$B(5;0,2)$$

1. $P(X=0) = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^2 = 0,32768$
2. $P(X=5) = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot 0,2^5 \cdot 0,8^0 = 0,00032$
3. $P(X \leq 3) = 1-(P(X=4)+P(X=5)) = 1-\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot 0,2^4 \cdot 0,8^1 + \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot 0,2^5 \cdot 0,8^0\right) =$ $0,99328$
4. $P(X > 2) = 1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)) =$ $1-\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^5 + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^4 + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^3\right) =$ $0,05792$
5. $P(2 \leq X < 4) = P(X=2)+P(X=3) = 1-\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^3 + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^2\right) =$ $0,256$

Problema 2 Siguiendo con el enunciado del problema anterior, resulta que se han pescado de 1000 peces. Se plantean las siguientes preguntas:

1. (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.

2. (0,5 puntos) Probabilidad de que no sean sardinas más de 180.

3. (0,5 puntos) Probabilidad de que no sean sardinas entre 170 y 225 peces.

4. (0,5 puntos) Probabilidad de que no sean sardinas entre 160 y 190 peces.

5. (0,5 puntos) Probabilidad de que no sean sardinas entre 210 y 230 peces.

6. (0,5 puntos) Probabilidad de que no sean sardinas menos de 180 peces.

7. (0,5 puntos) Si se pescan 1243 peces ¿cuántos esperamos que no sean sardinas?

Solución

1. $$p = 0,20, \;\; q = 1 - p = 0,80, \;\; n = 1000 \Longrightarrow B(1000; 0,20)$$

   Como $np > 5$ y $nq > 5$:

   $$\mu = np = 1000 \cdot 0,20 = 200, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 12,65 \Longrightarrow$$

   $$N(200; 12,65)$$

2. $P(X > 180,5) = P\left(Z > \frac{180,5-200}{12,65}\right) = 1 - P(Z < -1,54) = P(Z < 1,54) = 0,9382$

3. $P(170,5 < X < 224,5) = P\left(\frac{170,5-200}{12,65} < Z < \frac{224,5-200}{12,65}\right) = P\left(-2,33 < Z < 1,94\right) = P(Z < 1,94) - P(Z < -2,33) = P(Z < 1,94) - (1 - P(Z < 2,33)) = 0,9639$

4. $P(160,5 < X < 189,5) = P\left(\frac{160,5-200}{12,65} < Z < \frac{189,5-200}{12,65}\right) = P\left(-3,12 < Z < -0,83\right) = P(Z < -0,83) - P(Z < -3,12) = 1 - P(Z < 0,83) - (1 - P(Z < 3,12)) = 0,2024$

5. $P(210,5 < X < 229,5) = P\left(\frac{210,5-200}{12,65} < Z < \frac{229,5-200}{12,65}\right) = P\left(0,83 < Z < 2,33\right) = P(Z < 2,33) - P(Z < 0,83) = 0,1934$

6. $P(X < 179,5) = P\left(Z < \frac{179,5-200}{12,65}\right) = (Z < -1,62) = 1 - P\left(Z < 1,62\right) = 0,0526$

7. Si $n = 1243$ entonces $E[X] = np = 1243 \cdot 0,20 = 248,6$ como tiene que ser un número natural diríamos 249 personas.

Problema 3 El peso de las sardinas pescadas se puede aproximar por una distribución normal de media $\mu = 80$ gramos y desviación típica $\sigma = 21$ gramos. Se pide calcular la probabilidad de que una sardina:

1. (0,5 puntos) pese más de 90 gramos.
2. (0,75 puntos) pese entre 60 y 100 gramos.
3. (0,75 puntos) pese entre 90 y 120 gramos.
4. (0,75 puntos) pese entre 50 y 70 gramos.
5. (0,5 puntos) pese menos de 60 gramos.

Solución:

$$N(80, 21)$$

1. $P(X > 90) = P\left(Z > \frac{90-80}{21}\right) = P(Z > 0,48) = 1 - P(Z < 0,48) = 0,3156$
2. $P(60 < X < 100) = P\left(\frac{60-80}{21} < Z < \frac{100-80}{21}\right) = P(-0,95 < Z < 0,95) = P(Z < 0,95) - P(Z < -0,95) = P(Z < 0,95) - (1 - P(Z < 0,95)) = 0,6578$
3. $P(90 < X < 120) = P\left(\frac{90-80}{21} < Z < \frac{120-80}{21}\right) = P(0,48 < Z < 1,90) = P(Z < 1,90) - P(Z < 0,48) = 0,2869$
4. $P(50 < X < 70) = P\left(\frac{50-80}{21} < Z < \frac{70-80}{21}\right) = P(-1,43 < Z < -0,48) = P(Z < -0,48) - P(Z < -1,43) = 1 - P(Z < 0,48) - (1 - P(Z < 1,43)) = 0,2392$
5. $P(X < 60) = P\left(Z < \frac{60-80}{21}\right) = P(Z < -0,95) = 1 - P(Z < 0,95) = 0,1711$