

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN

### Junio 2016

---

**Problema 1** Calcular las siguientes integrales:

1.  $\int \frac{5x}{1+x^2} dx$
2.  $\int \frac{4}{1+x^2} dx$
3.  $\int (x-1)e^x dx$
4.  $\int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$

**Solución:**

1.  $\int \frac{5x}{1+x^2} dx = \frac{5}{2} \ln |1+x^2| + C$
2.  $\int \frac{4}{1+x^2} dx = 4 \arctan x + C$
3.  $\int (x-1)e^x dx = e^x(x-2) + C$
4.  $\int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx = x - \ln |x-1| + \ln |x+1| + C$

**Problema 2** Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones  $f(x) = 3x^2 + 8x - 12$  y  $g(x) = x^2 + 2x + 8$ .

**Solución:**

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\implies 3x^2 + 8x - 12 = x^2 + 2x + 8 \implies x = -5, \quad x = 2 \\ F(x) &= \int (f(x) - g(x)) dx = \int (2x^2 + 6x - 20) dx = \frac{2x^3}{3} + 3x^2 - 20x \\ S_1 &= \int_{-5}^2 (f(x) - g(x)) dx = F(2) - F(-5) = -\frac{343}{3} \implies S = \frac{343}{3} u^2 \end{aligned}$$

**Problema 3** Calcular el área encerrada por la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$  el eje  $OX$  y las rectas  $x = 0$  y  $x = 3$ .

**Solución:**

$$f(x) = 0 \implies x^3 + 3x^2 - 10x = 0 \implies x = 0, \quad x = -5, \quad x = 2$$

Luego tenemos dos áreas.  $S_1$  en  $[0, 2]$  y  $S_2$  en  $[2, 3]$

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (x^3 + 3x^2 - 10x) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 - 5x^2$$

$$S_1 = \int_0^2 f(x) dx = F(2) - f(0) = -8 \quad S_2 = \int_2^3 f(x) dx = F(3) - f(2) = \frac{41}{4}$$

$$S = |S_1| + |S_2| = |-8| + \left| \frac{41}{4} \right| = \frac{73}{4} u^2$$

**Problema 4** Calcular la primera derivada de las siguientes funciones:

$$1. y = \ln \sqrt[7]{\frac{\cos(x^2 - 1)}{\sin x}}$$

$$2. y = (\cos x)^{x^2 - 1}$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^3 - 3}$$

$$4. y = e^{x+1} \sec(x^2 + 2)$$

**Solución:**

$$1. y = \ln \sqrt[7]{\frac{\cos(x^2 - 1)}{\sin x}} = \frac{1}{7} (\ln \cos(x^2 - 1) - \ln(\sin x)) \implies$$

$$y' = \frac{1}{7} \left( \frac{-2x \sin(x^2 - 1)}{\cos(x^2 - 1)} - \frac{\cos x}{\sin x} \right)$$

$$2. y = (\cos x)^{x^2 - 1} \implies y' = (\cos x)^{x^2 - 1} \left( 2x \ln \cos x + (x^2 - 1) \frac{-\sin x}{\cos x} \right)$$

$$3. y = \frac{e^x}{x^3 - 3} \implies y' = \frac{e^x(x^3 - 3) - 3x^2 e^x}{(x^3 - 3)^2}$$

$$4. y = e^{x+1} \sec(x^2 + 2) \implies y' = e^{x+1} \sec(x^2 + 2) + 2x e^{x+1} \sec(x^2 + 2) \tan(x^2 + 1)$$

**Problema 5** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x} - x}{5e^{2x} + x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos x + x^2}{5x \sin x + 3x^3}$$

**Solución:**

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4e^{2x} - x}{5e^{2x} + x^2} = \frac{4}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cos x + x^2}{5x \sin x + 3x^3} = \frac{3}{5}$$