

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Mayo 2016

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{4\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 3x + 5 = 0 \implies$
No hay puntos de corte con OX .
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = -5/4 \implies$
 $(0, -5/4)$.
-

	$(-\infty, 4)$	$(4, +\infty)$
signo	$-$	$+$

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no tiene simetrías.

e) Asíntotas:

■ **Verticales:** $x = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} = \left[\frac{9}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} = \left[\frac{9}{0^+} \right] = +\infty$$

■ **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} = \infty$$

■ **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{x^2 - 4x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} - x \right) = 1$$

Luego la asíntota oblicua es $y = x + 1$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 8x + 7}{(x - 4)^2} = 0 \implies x = 1, x = 7$$

	$(-\infty, 1)$	$(1, 7)$	$(7, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo $(-\infty, 1) \cup (7, +\infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(1, 4) \cup (4, 7)$.

La función tiene un máximo en el punto $(1, -1)$ y un mínimo en $(7, 11)$.

g)

$$f''(x) = \frac{18}{(x - 4)^3} \neq 0$$

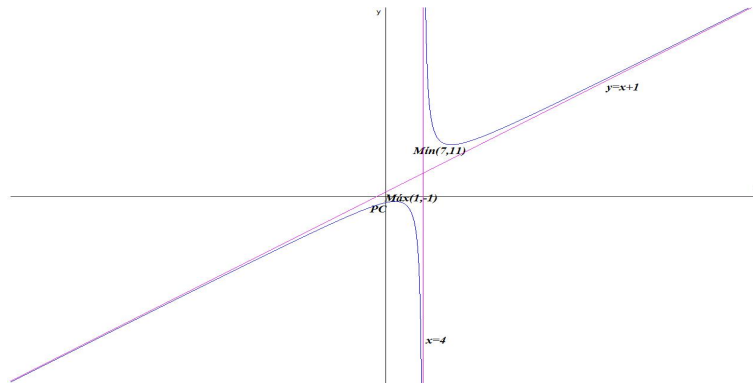
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 4)$	$(4, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava: $(4, +\infty)$

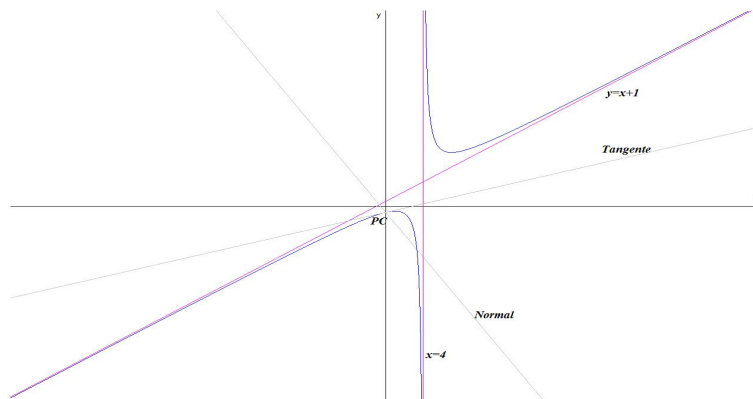
Convexa: $(-\infty, 4)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = 7/16$ tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{5}{4} = \frac{7}{16}x$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{5}{4} = -\frac{16}{7}x$$

Como $f(0) = -5/4$ las rectas pasan por el punto $(0, -5/4)$.