

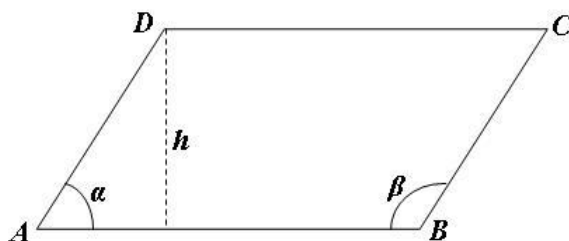
Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Diciembre 2014

Problema 1 Sean $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$ y $C(6, 5)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

- a) Calcular el cuarto vértice D .
- b) La longitud de sus lados.
- c) Los ángulos que forman.
- d) Decidir de que figura geométrica se trata.
- e) Su centro.
- f) La altura sobre el lado $\overline{AB}$.
- g) Su área.
- h) El punto simétrico de A respecto de C
- i) Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AC}$ con módulo 3.
- j) Dividir el segmento $\overline{AC}$ en tres segmentos iguales.

Solución:



- a) $D = A + \overrightarrow{BC} = (-1, 2) + (3, 6) = (2, 8)$.
- b) $|\overrightarrow{AB}| = |(4, -3)| = 5$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(3, 6)| = 3\sqrt{5}$
- c) $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{-6}{5 \cdot 3\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha = 100^\circ 18' 17''$ y $\beta = 79^\circ 41' 43''$
- d) Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e) $M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

f)

$$\sin \alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \implies h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin \alpha = 6,6 \text{ u}$$

g) $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 33 \text{ u}^2$

h) $C = \frac{A + A'}{2} \implies A' = 2C - A = (13, 8)$

i) $\overrightarrow{AC} = (7, 3) \perp \overrightarrow{u} = (3, -7)$ y $\overrightarrow{w} = \left(\frac{9}{\sqrt{58}}, -\frac{21}{\sqrt{58}}\right)$ es un vector perpendicular al $\overrightarrow{AC}$, pero con módulo 3.

j)

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(\frac{7}{3}, 1\right)$$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-1, 2) + \left(\frac{7}{3}, 1\right) = \left(\frac{4}{3}, 3\right)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left(\frac{4}{3}, 3\right) + \left(\frac{7}{3}, 1\right) = \left(\frac{11}{3}, 4\right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left(\frac{11}{3}, 4\right) + \left(\frac{7}{3}, 1\right) = (6, 5)$$