Examen de Estadística

Mayo 2013

Problema 1 La probabilidad de que un tren de las Cercanías de Madrid no pueda transmitir con el puesto de mando al paso por una baliza de vía es de 0,10. Por ese punto pasan al día 105 trenes. Para hacer un estudio de fallos de transmisión en esa baliza nos planteamos las siguientes cuestiones:

1. Tipo de distribución que se ajusta al problema indicado y calcula sus parámetros.
2. Calcula los parámetros de la distribución normal que se ajusta a la distribución anterior.
3. Calcula la probabilidad de que un día se registren más de 14 fallos de transmisión.
4. Calcula la probabilidad de que un día se registren entre de 7 y 9 fallos de transmisión.
5. Calcula la probabilidad de que un día se registren menos de 8 fallos de transmisión.
6. Calcula la probabilidad de que un día se registren entre 8 y 13 fallos de transmisión.
7. Si otro día en el que circulan 140 trenes por esa baliza ¿cuántos fallos de transmisión, presumiblemente, habrá?

Solución

1.

$$p = 0,10, \;\; q = 1 - p = 0,90, \;\; n = 105 \Longrightarrow B(105; 0,10)$$

2. Como $np > 5$ y $nq > 5$:

$$\mu = np = 105 \cdot 0,10 = 10,5, \;\; \sigma = \sqrt{npq} = 3,07 \Longrightarrow$$

$$N(10,5; 3,07)$$

3.

$$P(X > 14,5) = P\left(Z > \frac{14,5 - 10,5}{3,07}\right) = 1 - P(Z < 1,30) = 0,0968$$

4.
$$P(7,5 < X < 8,5) = P\left(\frac{7,5 - 10,5}{3,07} < Z < \frac{8,5 - 10,5}{3,07}\right) =$$
$$P\left(-0,98 < Z < -0,65\right) = P(Z < -0,65) - P(Z < -0,98) =$$
$$P(Z < 0,98) - P(Z < 0,65) = 0,0943$$

5.
$$P(X < 8,5) = P\left(Z < \frac{8,5 - 10,5}{3,07}\right) =$$
$$P\left(Z < -0,65\right) = 1 - P(Z < 0,65) = 0,2578$$

6.
$$P(8 < X < 13) = P\left(\frac{8,5 - 10,5}{3,07} < Z < \frac{12,5 - 10,5}{3,07}\right) =$$
$$P\left(-0,65 < Z < 0,65\right) = P(Z < 0,65) - P(Z < -0,65) =$$
$$P(Z < 0,65) - (1 - P(Z < 0,65)) = 0,4844$$

7. Si $n = 140$ entonces $E[X] = np = 140 \cdot 0,10 = 14$ trenes.

Problema 2 En un estudio de demanda en la estación de Móstoles El Soto, para un tren determinado, se ha comprobado que la carga de ese tren ajusta a una normal de media 115 viajeros con una desviación típica de 21. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. Suban menos de 83 viajeros.
2. suban más de 130 viajeros.
3. Suban entre 90 y 125 viajeros.

Solución:
$$N(115, 21)$$

1.
$$P(X < 83) = P\left(Z < \frac{83 - 115}{21}\right) = P(Z < -1,52) =$$
$$1 - P(Z < 1,52) = 0,0643$$

2.
$$P(X > 130) = P\left(Z > \frac{130 - 115}{21}\right) = P(Z > 0,71) =$$
$$1 - P(Z < 0,71) = 0,2389$$

3.

$$P(90 < X < 125) = P\left(\frac{90-115}{21} < Z < \frac{125-115}{21}\right) = P(-1,19 < Z < 0,48) =$$

$$= P(Z < 0,48) - P(Z < -1,19) = P(Z < 0,48) - (1 - P(Z < 1,19)) = 0,5674$$

Problema 3 En una estación con torniquetes de entrada hay uno de ellos averiado, permite el paso pero no cancela el billete y el viajero no se da cuenta de ello. Podemos suponer que la probabilidad de que un viajero pase por este torniquete es de 0,2. Cinco amigos quedan en el andén de esta estación. Se pide:

1. Probabilidad de que únicamente dos de ellos lleven su billete no cancelado.
2. Probabilidad de que como máximo dos de ellos lleven su billete no cancelado.
3. Probabilidad de que todos lleven su billete no cancelado.

Solución:

$$B(5; 0,2)$$

1.

$$P(X=2) = \binom{5}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^3 = 0,2048$$

2.

$$P(X \le 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) =$$

$$\binom{5}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^4 + \binom{5}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^3 = 0,94208$$

3.

$$P(X=5) = \binom{5}{5} \cdot 0,2^5 \cdot 0,8^0 = 0,00032$$