Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN

Febrero 2014

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+3}-\sqrt{4x^2+2x-1}\right)$
2. $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{7x^4-2x^2-4x-1}{4x^5+x-5}$
3. $\lim_{x\longrightarrow 2}\dfrac{\sqrt{7x^2-5}-\sqrt{10x+3}}{x-2}$
4. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{3x^2-5}{3x^2}\right)^{x-1}$
5. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2-x+2}}{-x+8}$
6. $\lim_{x\longrightarrow 0}\dfrac{x^4-x}{7x}$

Solución:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{4x^2-x+3}-\sqrt{4x^2+2x-1}\right)=-\dfrac{3}{4}$
2. $\lim_{x\longrightarrow 1}\dfrac{7x^4-2x^2-4x-1}{4x^5+x-5}=\dfrac{20}{21}$
3. $\lim_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{7x^2-5}-\sqrt{10x+3}}{x-2}=\dfrac{9\sqrt{23}}{23}$
4. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{3x^2-5}{3x^2}\right)^{x-1}=1$
5. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2-x+2}}{-x+8}=-\sqrt{3}$
6. $\lim_{x\longrightarrow 0}\dfrac{x^4-x}{7x}=-\dfrac{1}{7}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y=(5x^2+9)^{16}$
2. $y=\ln\left(\dfrac{4x+5}{2x^3}\right)$

3. $y = x^7 \sec x$
4. $y = \dfrac{\cos x}{3x^2 - 5}$
5. $y = \sec(3x^2 - x - 2)^2$
6. $y = (\sin x)^{2x-1}$

Solución:

1. $y = (5x^2 + 9)^{16} \Longrightarrow y' = 16(5x^2 + 9)^{15}(10x)$
2. $y = \ln\left(\dfrac{4x+5}{2x^3}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{4}{4x+5} - \dfrac{6x^2}{2x^3}$
3. $y = x^7 \sec x \Longrightarrow y' = 7x^6 \sec x + x^7 \sec x \tan x$
4. $y = \dfrac{\cos x}{3x^2 - 5} \Longrightarrow y' = \dfrac{-\sin x \cdot (3x^2 - 5) - (6x)\cos x}{(3x^2 - 5)^2}$
5. $y = \sec(3x^2 - x - 2)^2 \Longrightarrow y' = 2(6x - 1)(3x^2 - x - 2)\tan(3x^2 - x - 2)^2 \sec(3x^2 - x - 2)^2$
6. $y = (\sin x)^{2x-1} \Longrightarrow y' = (\sin x)^{2x-1}\left(2\ln(\sin x) + (2x-1)\frac{\cos x}{\sin x}\right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{3x - 7}{2x}$ en el punto $x = 2$.
2. $f(x) = (x - 1)e^{x-2}$ en el punto $x = 2$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = -1/4$ e $y - b = m(x - a)$

   $$f'(x) = \frac{7}{2x^2} \Longrightarrow m = f'(2) = \frac{7}{8}$$

   Recta Tangente: $y + 1/4 = \frac{7}{8}(x - 2)$

   Recta Normal: $y + 1/4 = -\frac{8}{7}(x - 2)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 1$ e $y - b = m(x - a)$

   $$f'(x) = xe^{x-2} \Longrightarrow m = f'(2) = 2$$

   Recta Tangente: $y - 1 = 2(x - 2)$

   Recta Normal: $y - 1 = -\dfrac{1}{2}(x - 2)$