

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Mayo 2013

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

Se pide:

1. Calcular sus asíntotas.
2. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
3. Representación gráfica.
4. Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

a) Asíntotas:

▪ **Verticales:** $x = 1$ ya que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x^2 - 1} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x^2 - 1} = \left[\frac{2}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{x^2 - 1} = \left[\frac{2}{0^+} \right] = +\infty$$

$x = -1$ ya que $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x}{x^2 - 1} = \pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{x^2 - 1} = \left[\frac{-2}{0^+} \right] = -\infty$$

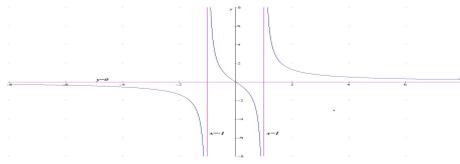
$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{x^2 - 1} = \left[\frac{-2}{0^-} \right] = +\infty$$

▪ **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2 - 1} = 0$

▪ **Oblicuas:** No hay por haber horizontales

b) $f'(x) = -\frac{2(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2} \neq 0 \implies$ No hay extremos y la función es creciente en $R - \{\pm 1\}$.

c) Representación:



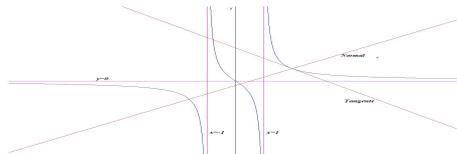
d) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$:

Como $f(2) = 4/3$ las rectas pasan por el punto $(2, 4/3)$.

Como $m = f'(2) = -10/9$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{4}{3} = -\frac{10}{9}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{4}{3} = \frac{9}{10}(x - 2)$$



Problema 2 Calcular las siguientes integrales

$$1. \int (3x^5 - 5x^2 - 3) dx = \frac{x^6}{2} - \frac{5x^3}{3} - 3x + C$$

$$2. \int \frac{2x^4 - x^2 + 3}{x} dx = \frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} + 3 \ln |x| + C$$

$$3. \int \left(\frac{6x^4 - 3x^2 + 2}{x^3} - 5e^x \right) dx = 3x^2 - 3 \ln x - x^{-2} - 5e^x + C$$

$$4. \int \left(\frac{4x^2 + 7x - 3}{x^2} + 2e^x \right) dx = 4x + 7 \ln |x| - \frac{3}{x} + 2e^x + C$$

$$5. \int \left(\frac{3x^6 + \sqrt[7]{x^3} - 2x^2}{x^3} + 7e^x \right) dx = \frac{3x^4}{4} - \frac{7x^{-11/7}}{11} - 2 \ln |x| + 7e^x + C$$