

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2013

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $2x - 3y + 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \vec{u}_r = (3, 2) \\ A(1, 1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(3, 2)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}$
- Continua: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2}$
- General: $2x - 3y + 1 = 0$
- Explícita: $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
- Punto pendiente: $y - 1 = \frac{2}{3}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abscisas: $m = \tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 33^\circ 41' 24''$

Problema 2 Si los puntos $A(1, -2)$, $B(5, 6)$ y $C(4, 2)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

Solución:

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre A y B :

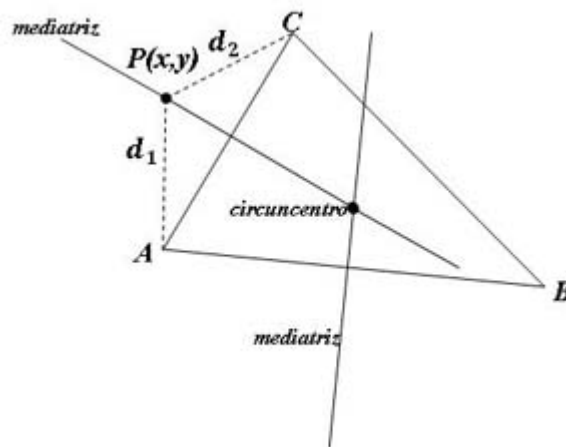
$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y-6)^2} \Rightarrow x + 2y - 7 = 0$$

- Mediatriz entre A y C :

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2} \Rightarrow 6x + 8y - 15 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} x + 2y - 7 = 0 \\ 6x + 8y - 15 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{13}{2}, \frac{27}{4} \right)$$

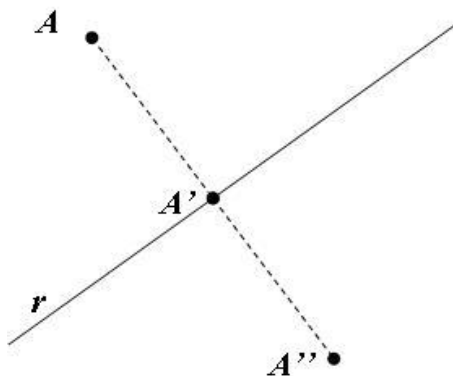


Problema 3 Sea el punto $A(2,5)$ y la recta $r : 2x - 5y - 2 = 0$. Se pide calcular:

- Una recta paralela a r que pase por el punto A .
- Una recta perpendicular a r que pase por el punto A .
- El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r .
- Las rectas bisectrices de r con $s : 5x - 2y + 5 = 0$.

Solución:

- $2x - 5y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Rightarrow 4 - 25 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 21$. La recta buscada es $2x - 5y + 21 = 0$
- $5x + 2y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Rightarrow 10 + 10 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -20$. La recta buscada es $t : 5x + 2y - 20 = 0$
- Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r :



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A , calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y s :

$$\begin{cases} r : 2x - 5y - 2 = 0 \\ t : 5x + 2y - 20 = 0 \end{cases} \implies A' \left(\frac{104}{29}, \frac{30}{29} \right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \implies A'' = 2A' - A = 2 \left(\frac{104}{29}, \frac{30}{29} \right) - (2, 5) = \left(\frac{150}{29}, -\frac{85}{29} \right)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|2x - 5y - 2|}{\sqrt{29}} = \frac{|5x - 2y + 5|}{\sqrt{29}} \implies |2x - 5y - 2| = |5x - 2y + 5|$$

- $2x - 5y - 2 = 5x - 2y + 5 \implies 3x + 3y + 7 = 0$
- $2x - 5y - 2 = -5x + 2y - 5 \implies 7x - 7y + 3 = 0$