

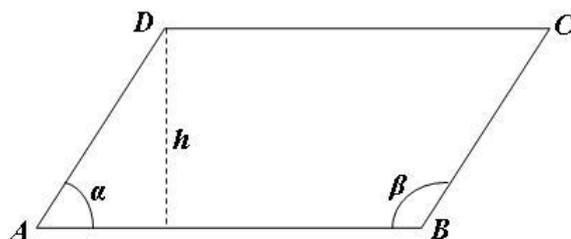
Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Enero 2012

Problema 1 Sean $A(-2, -3)$, $B(5, 0)$ y $C(8, 5)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

- a) Calcular el cuarto vértice D .
- b) La longitud de sus lados.
- c) Los ángulos que forman.
- d) Decidir de que figura geométrica se trata.
- e) Su centro.
- f) La altura sobre el lado \overline{AB} .
- g) Su área.
- h) El punto simétrico de A respecto de C
- i) Un vector perpendicular a \overrightarrow{AC} con módulo 7.
- j) Dividir el segmento \overline{AC} en tres segmentos iguales.

Solución:



- a) $D = A + \overrightarrow{BC} = (-2, -3) + (3, 5) = (1, 2)$.
- b) $|\overrightarrow{AB}| = |(7, 3)| = \sqrt{58}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(3, 5)| = \sqrt{34}$
- c) $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{36}{\sqrt{58} \cdot \sqrt{34}} \implies \alpha = 35^\circ 50' 15''$ y $\beta = 144^\circ 9' 45''$
- d) Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e) $M(3,1)$

f)

$$\sin \alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \implies h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin \alpha = 3,41 u$$

g) $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 25,99 u^2$

h) $C = \frac{A + A'}{2} \implies A' = 2C - A = (18, 13)$

i) $\overrightarrow{AC} = (10, 8) \perp \vec{u} = (8, -10)$ y $|\vec{u}| = \left(\frac{28}{\sqrt{41}}, -\frac{35}{\sqrt{41}} \right)$ es un vector perpendicular al \overrightarrow{AC} , pero con módulo 7.

j)

$$\vec{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left(\frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right)$$

$$A_1 = A + \vec{u} = (-2, -3) + \left(\frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = \left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3} \right)$$

$$A_2 = A_1 + \vec{u} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3} \right) + \left(\frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = \left(\frac{14}{3}, \frac{7}{3} \right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \vec{u} = \left(\frac{14}{3}, \frac{7}{3} \right) + \left(\frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = (8, 5)$$