Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN

Enero 2013

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{5x^2 - x + 2} - \sqrt{5x^2 + 2} \right)$
2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \dfrac{6x^5 - 2x^2 - 4}{3x^2 - 5x + 2}$
3. $\lim\limits_{x \longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2 - 1} - \sqrt{8x + 9}}{x - 5}$
4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{e^{3x^2+6}}{6x + 3}$
5. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{e^{2x-1} - 11}{e^{2x-1} + 3}$
6. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{\sin^2 x - 5x}{3x \cos x}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{5x^2 - x + 2} - \sqrt{5x^2 + 2} \right) = -\dfrac{\sqrt{5}}{10}$
2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 1} \dfrac{6x^5 - 2x^2 - 4}{3x^2 - 5x + 2} = 26$
3. $\lim\limits_{x \longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2 - 1} - \sqrt{8x + 9}}{x - 5} = \dfrac{6}{7}$
4. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{e^{3x^2+6}}{6x + 3} = \infty$
5. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{e^{2x-1} - 11}{e^{2x-1} + 3} = 1$
6. $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{\sin^2 x - 5x}{3x \cos x} = -\dfrac{5}{3}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y = (-2x^3 + 5)^{17}$
2. $y = \ln \left(\dfrac{3x^2 - 5}{x^4} \right)$

3. $y = x^3 \sec(x-1)$

4. $y = \dfrac{\sin x}{x^3 - 5}$

5. $y = \sec(x^3+7)^2$

6. $y = (\cos x)^{x^2-8}$

Solución:

1. $y = (-2x^3+5)^{17} \Longrightarrow y' = 17(-2x^3+5)^{16}(-6x^2)$

2. $y = \ln\left(\dfrac{3x^2-5}{x^4}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{6x}{3x^2-5} - \dfrac{4x^3}{x^4}$

3. $y = x^3 \sec(x-1) \Longrightarrow y' = 3x^2 \sec(x-1) + x^3 \sec(x-1)\tan(x-1)$

4. $y = \dfrac{\sin x}{x^3-5} \Longrightarrow y' = \dfrac{\cos x \cdot (x^3-5) - 3x^2 \sin x}{(x^3-5)^2}$

5. $y = \sec(x^3+7)^2 \Longrightarrow y' = 2(3x^2)(x^3+7)(\tan(x^3+7)^2 \sec(x^3+7)^2$

6. $y = (\cos x)^{x^2-8} \Longrightarrow y' = (\cos x)^{x^2-8}\left(2x\ln(\cos x) + (x^2-8)\frac{-\sin x}{\cos x}\right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{4x-1}{6x}$ en el punto $x = 1$.

2. $f(x) = xe^{x-1}$ en el punto $x = 2$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = \dfrac{1}{2}$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = \frac{1}{6x^2} \Longrightarrow m = f'(1) = \frac{1}{6}$$

   Recta Tangente: $y - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}(x-1)$

   Recta Normal: $y - \dfrac{1}{2} = -6(x-1)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 2e$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = e^{x-1} + xe^{x-1} \Longrightarrow m = f'(2) = 3e$$

   Recta Tangente: $y - 2e = 3e(x-1)$

   Recta Normal: $y - 2e = -\dfrac{1}{3e}(x-1)$