Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2011

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $5x - y + 3 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{u_r} = (1,5) \\ A(-1,-2) \end{array} \right.$$

- Vectorial: $(x, y) = (-1,-2) + \lambda(1,5)$
- Paramétrica:$\left\{ \begin{array}{l} x = -1 + \lambda \\ y = -2 + 5\lambda \end{array} \right.$
- Continua: $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+2}{5}$
- General: $5x - y + 3 = 0$
- Explícita: $y = 5x + 3$
- Punto pendiente: $y + 2 = 5(x + 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = 5 \Longrightarrow \alpha = 78^{o}41'24''$

Problema 2 Si los puntos $A(1,0)$, $B(3,-1)$ y $C(2,2)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

Solución:

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre A y B:

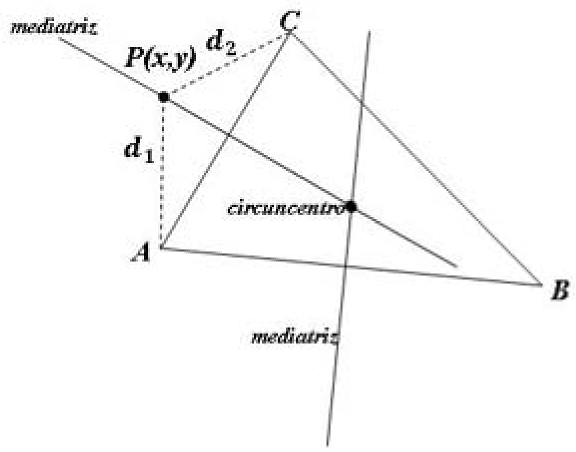
$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} \Longrightarrow 4x - 2y - 9 = 0$$

- Mediatriz entre A y C:

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} \Longrightarrow 2x + 4y - 7 = 0$$

- Circuncentro:

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x - 2y - 9 = 0 \\ 2x + 4y - 7 = 0 \end{array} \right. \Longrightarrow \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right)$$



Problema 3 Sea el punto $A(1, -2)$ y la recta $r : 3x - y + 2 = 0$. Se pide calcular:

1. Una recta paralela a r que pase por el punto A.

2. Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

3. El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

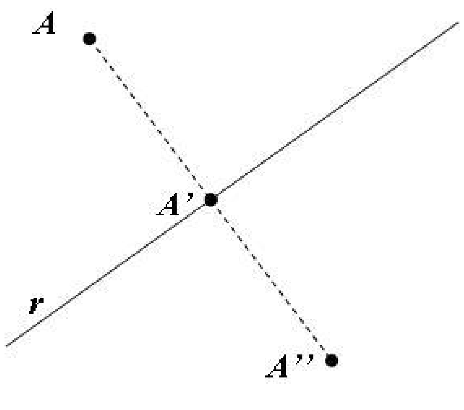
4. Las rectas bisectrices de r con $s : x - 3y + 5 = 0$.

Solución:

1. $3x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 3 + 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -5$. La recta buscada es $3x - y - 5 = 0$

2. $x + 3y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 6 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 5$. La recta buscada es $x + 3y + 5 = 0$

3. Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta s perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y s:

$$\begin{cases} r: 3x - y + 2 = 0 \\ s: x + 3y + 5 = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(-\frac{11}{10}, -\frac{13}{10}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = \left(-\frac{11}{5}, -\frac{13}{5}\right) - (1, -2) = \left(-\frac{16}{5}, -\frac{3}{5}\right)$$

4.

$$d(P, r) = d(P, s) \Longrightarrow \frac{|3x - y + 2|}{\sqrt{10}} = \frac{|x - 3y + 5|}{\sqrt{10}} \Longrightarrow |3x - y + 2| = |x - 3y + 5|$$

- $3x - y + 2 = x - 3y + 5 \Longrightarrow 2x + 2y - 3 = 0$
- $3x - y + 2 = -x + 3y - 5 \Longrightarrow 4x + 4y + 7 = 0$