# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

**Febrero 2011**

**Problema 1** Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $2x - 3y + 6 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

**Solución:**

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3, 2) \\ A(0, 2) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (0, 2) + \lambda(3, 2)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-2}{2}$
- General: $2x - 3y + 6 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{2}{3}x + 2$
- Punto pendiente: $y - 2 = \dfrac{2}{3}x$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = -\dfrac{2}{3} \Longrightarrow \alpha = 33^{\circ}41'24''$

**Problema 2** Si los puntos $A(-1, 2)$, $B(4, -1)$ y $C(1, 6)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular:

1. Su circuncentro.
2. La altura de $C$ sobre el lado $\overline{AB}$. (Distancia de $C$ a la recta determinada por los puntos $A$ y $B$.

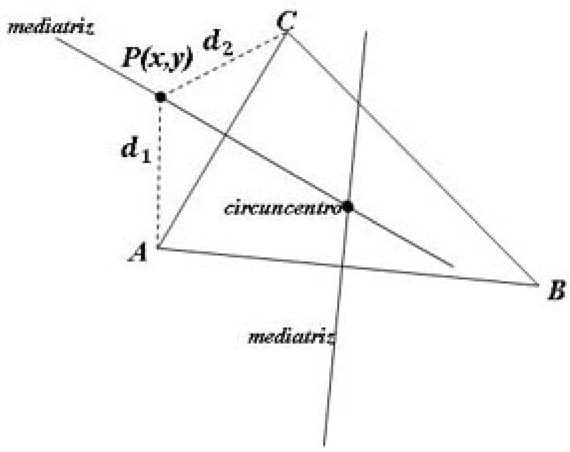
**Solución:**

1. Calculamos dos de sus mediatrices:
   - Mediatriz entre $A$ y $B$:

     $$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y+1)^2} \Longrightarrow 5x - 3y - 6 = 0$$

   - Mediatriz entre $A$ y $C$:

     $$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-6)^2} \Longrightarrow x + 2y - 8 = 0$$




- Circuncentro:

$$\left\{\begin{array}{l} 5x-3y-6=0 \\ x+2y-8=0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left(\frac{36}{13},\frac{34}{13}\right)$$

2. Calculamos la recta que une $A$ con $B$:

$$r:\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{u_r}=(5,-3) \\ A(-1,2) \end{array}\right. \Longrightarrow r: 3x+5y-7=0$$

Calculo la distancia de $C(1,6)$ a la recta $r$:

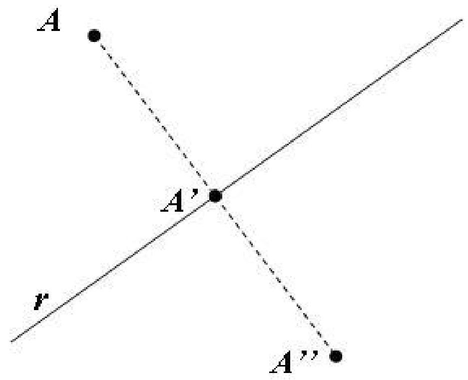
$$d(C,r)=\frac{|3+30-7|}{\sqrt{9+25}}=\frac{13\sqrt{34}}{17}\,u$$

**Problema 3** Sea el punto $A(5,1)$ y la recta $r: 3x-y+2=0$. Se pide calcular:

1. Una recta paralela a $r$ que pase por el punto $A$.
2. Una recta perpendicular a $r$ que pase por el punto $A$.
3. El punto $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$.

**Solución:**

1. $3x-y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 15-1+\lambda=0 \Longrightarrow \lambda=-14$. La recta buscada es $3x-y-14=0$
2. $x+3y+\lambda=0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 5+3+\lambda=0 \Longrightarrow \lambda=-8$. La recta buscada es $x+3y-8=0$
3. Calculamos $A''$ simétrico de $A$ respecto de la recta $r$:




- Calculamos una recta $s$ perpendicular a $r$ y que pase por $A$, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre $r$ y $s$:

$$\left\{\begin{array}{l} r : 3x - y + 2 = 0 \\ s : x + 3y - 8 = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{1}{5}, \frac{13}{5}\right)$$

- El punto $A'$ calculado es el punto medio entre el punto $A$ y el punto $A''$ que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = \left(\frac{2}{5}, \frac{26}{5}\right) - (5, 1) = \left(-\frac{23}{5}, \frac{21}{5}\right)$$