

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Abril 2010

Problema 1 Dadas la curva: $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$, calcule:

1. Dominio de f .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
10. Calcular la integral de esta función.

Solución:

1. Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
2. Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \implies x^2 + 1 = 0 \implies$ No hay.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies$ No hay.
- 3.

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

4. $f(-x) = -f(x) \implies$ Es IMPAR.
5. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{2x} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 1}{2x} = \left[\frac{1}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + 1}{2x} = \left[\frac{1}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2} = \frac{1}{2}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{2x} - \frac{x}{2} \right) = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

6.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{2x^2} = 0 \implies x^2 - 1 = 0 \implies x = \pm 1$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
y'	+	-	+
y	Creciente	Decreciente	Creciente

La función es creciente en: $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

La función es decreciente en: $(-1, 0) \cup (0, 1)$

La función presenta un máximo en el punto $(-1, -1)$ y un mínimo en el punto $(1, 1)$.

7.

$$f''(x) = \frac{1}{x^3} \neq 0$$

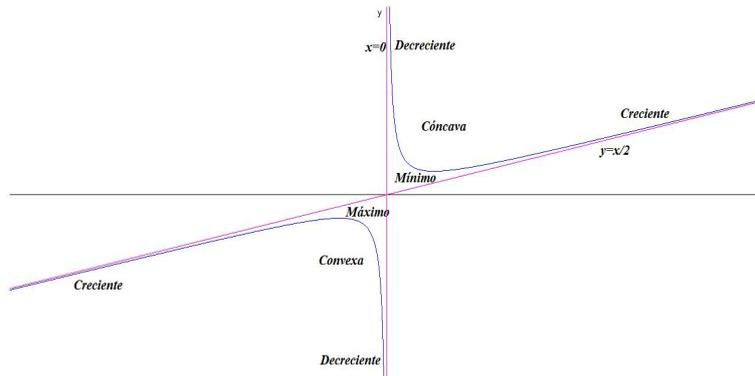
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
y''	-	+
y	convexa	cóncava

Convexa: $(-\infty, 0)$

Cóncava: $(0, +\infty)$

8. Representación



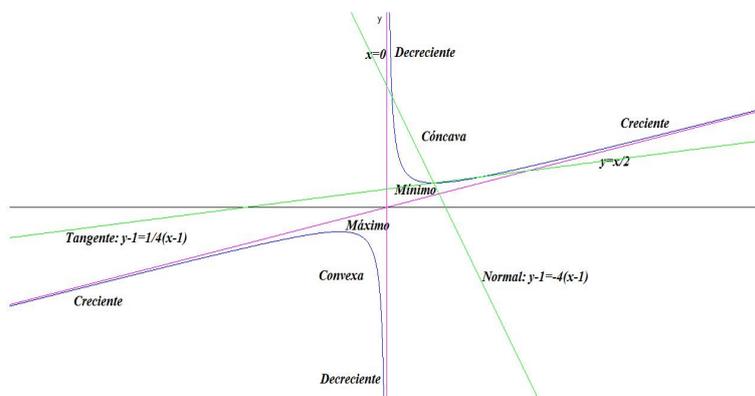
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$:

Como $f(1) = 1$ las rectas pasan por el punto $(1, 1)$.

Como $m = f'(1) = 1/4$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - 1 = \frac{1}{4}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y - 1 = -4(x - 1)$$



10.

$$\int \frac{x^2 + 1}{2x} dx = \int \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2x} \right) dx = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2} + C$$