

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2009

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(5, 2)$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (6, -1) \\ A(-1, 3) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (-1, 3) + \lambda(6, -1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + 6\lambda \\ y = 3 - \lambda \end{cases}$
- Continua: $\frac{x+1}{6} = \frac{y-3}{-1}$
- General: $x + 6y - 17 = 0$
- Explícita: $y = -\frac{1}{6}x + \frac{17}{6}$
- Punto pendiente: $y - 3 = -\frac{1}{6}(x + 1)$
- Ángulo con el eje de abscisas: $m = \tan \alpha = -\frac{1}{6} \implies \alpha = 170^\circ 32' 16''$

Problema 2 Dadas las rectas $r : 3x - y + 2 = 0$ y $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \end{cases}$, calcular el ángulo que forman.

Solución:

$$\begin{cases} r : 3x - y + 2 = 0 \implies (3, -1) \\ s : x + y - 1 = 0 \implies (1, 1) \end{cases} \implies \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{20}} \implies \alpha = 63^\circ 26' 11''$$

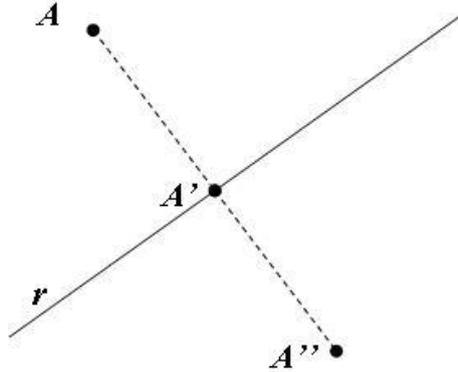
Problema 3 Calcular la distancia desde el punto $A(3, 1)$ a la recta $r : 3x - 8y - 5 = 0$

Solución:

$$d(A, r) = \frac{|9 - 8 - 5|}{\sqrt{9 + 64}} = \frac{4\sqrt{73}}{73}$$

Problema 4 Encontrar el punto simétrico de $A(1, -1)$ respecto de la recta $r : x + 3y - 2 = 0$.

Solución:



- Calculamos una recta s perpendicular a r y que pase por A :

$$3x - y + m = 0 \implies 3 + 1 + m = 0 \implies m = -4 \implies 3x - y - 4 = 0$$

- Calculamos el punto de corte entre r y s :

$$\begin{cases} r : x + 3y - 2 = 0 \\ s : 3x - y - 4 = 0 \end{cases} \implies A' \left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5} \right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

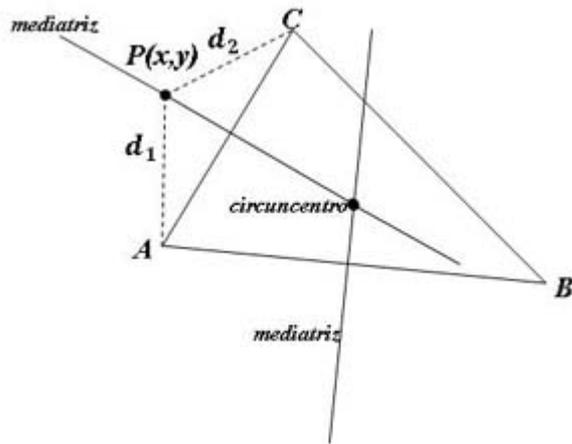
$$\frac{A + A''}{2} = A' \implies A'' = 2A' - A = \left(\frac{14}{5}, \frac{2}{5} \right) - (1, -1) = \left(\frac{9}{5}, \frac{7}{5} \right)$$

Problema 5 Si los puntos $A(1, 0)$, $B(5, -2)$ y $C(4, 6)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, encontrar su circuncentro.

Solución:

- Mediatriz entre A y C :

$$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2} \implies 6x + 12y - 51 = 0$$



- Mediatriz entre A y B :

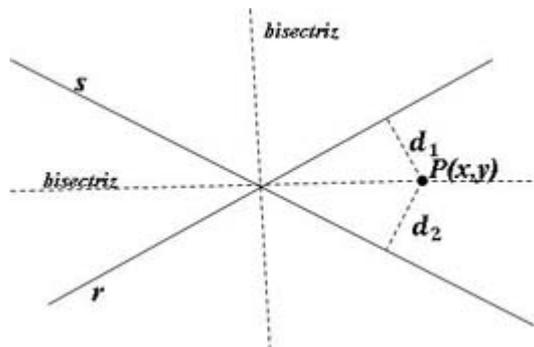
$$\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{(x-5)^2 + (y+2)^2} \implies 2x - y - 7 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 6x + 12y - 51 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} \implies \left(\frac{9}{2}, 2\right)$$

Problema 6 Sean las rectas $r : 3x - y + 3 = 0$ y $s : x - 3y - 1 = 0$. Comprobar que se cortan y, en caso afirmativo, calcular las rectas bisectrices de sus ángulos.

Solución:



$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|3x - y + 3|}{\sqrt{10}} = \frac{|x - 3y - 1|}{\sqrt{10}}$$

- $3x - y + 3 = x - 3y - 1 \implies x + y + 2 = 0$

- $3x - y + 3 = -(x - 3y - 1) \implies 2x - 2y + 1 = 0$