

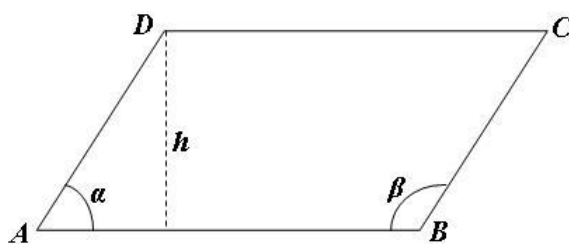
Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2009

Problema 1 Sean $A(0, -1)$, $B(5, 1)$ y $C(7, 5)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice D .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. Su centro.
5. El punto simétrico de A respecto de C .
6. Dos vectores perpendiculares al \overrightarrow{AB} que tengan módulo 8.
7. Calcular la altura del paralelogramo sobre la base que determinan los puntos A y B .
8. Calcular el área del paralelogramo.
9. Calcular las rectas que determinan sus lados.
10. Calcular las rectas de sus diagonales. ¿Se cortan en el punto que habíamos calculado anteriormente?

Solución:



1. $D = A + \overrightarrow{BC} = (0, -1) + (2, 4) = (2, 3)$.
2. $|\overrightarrow{AB}| = |(5, 2)| = \sqrt{29}$ y $|\overrightarrow{AD}| = |(2, 4)| = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
3. $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{18}{2\sqrt{5}\sqrt{29}} \implies \alpha = 41^\circ 38' 1''$ y $\beta = 138^\circ 21' 59''$

4. $M\left(\frac{7}{2}, 2\right)$

5. $C = \frac{A + A'}{2} \implies A' = 2C - A = (14, 11)$

6. $\vec{AB} = (5, 2)$ y $|\vec{AB}| = \sqrt{29} \implies \vec{u} = \frac{8}{\sqrt{29}}(5, 2)$ es un vector con la misma dirección y sentido que el \vec{AB} , pero con módulo 8. Dos vectores perpendiculares a este y con el mismo módulo serán:

$$\vec{v}_1 = \left(\frac{16}{\sqrt{29}}, -\frac{40}{\sqrt{29}}\right) \quad \vec{v}_2 = \left(-\frac{16}{\sqrt{29}}, \frac{40}{\sqrt{29}}\right)$$

7.

$$\sin \alpha = \frac{h}{|\vec{AD}|} \implies h = |\vec{AD}| \cdot \sin \alpha = 2,97 u$$

8. $S = |\vec{AB}| \cdot h = 15,99 u^2$

9.

$$\text{Puntos } A \text{ y } B \quad r_1 : \begin{cases} \vec{AB} = (5, 2) \\ A(0, -1) \end{cases} \implies 2x - 5y - 5 = 0$$

$$\text{Puntos } A \text{ y } D \quad r_2 : \begin{cases} \vec{AD} = (2, 4) \\ A(0, -1) \end{cases} \implies 2x - y - 1 = 0$$

$$\text{Puntos } B \text{ y } C \quad r_3 : \begin{cases} \vec{BC} = (5, 2) \\ B(5, 1) \end{cases} \implies 2x - y - 9 = 0$$

$$\text{Puntos } C \text{ y } D \quad r_4 : \begin{cases} \vec{DC} = (5, 2) \\ D(2, 3) \end{cases} \implies 2x - 5y + 11 = 0$$

10.

$$d_1 : \begin{cases} \vec{AC} = (7, 6) \\ A(0, -1) \end{cases} \implies 6x - 7y - 7 = 0$$

$$d_2 : \begin{cases} \vec{BD} = (-3, 2) \\ D(2, 3) \end{cases} \implies 2x + 3y - 13 = 0$$

$$\begin{cases} 6x - 7y - 7 = 0 \\ 2x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 7/2 \\ y = 2 \end{cases}$$