

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2008

Problema 1 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$2 \cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$$

Solución:

$$2(\cos^2 x - \sin^2 x) + 5 \sin x - 3 = 0 \implies 4 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0 \implies$$

$$(t = \sin x) \implies 4t^2 + 5t - 3 = 0 \implies t = 1, \quad t = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = \begin{cases} \frac{1}{4} \implies \begin{cases} x = 14^\circ 28' 39'' + 2k\pi \\ x = 165^\circ 31' 21'' + 2k\pi \end{cases} \\ 1 \implies x = 90^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

Problema 2 Si $z = 3 - 4i$, y $w = -2 + i$ calcular:

a) $z + w$, $z \cdot w$ y z/w .

b) z^9

c) las raíces de $\sqrt[4]{w}$

Solución:

a) $z + w = 1 - 3i$, $z \cdot w = -2 + 11i$ y $\frac{z}{w} = -2 + i$.

b) $z = 5_{306^\circ 52' 12''} \implies z^9 = 5_{241^\circ 49' 45''}^9 = 5^9 (\cos 241^\circ 49' 45'' + i \sin 241^\circ 49' 45'')$

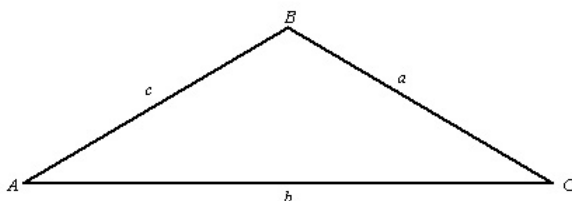
c) $w = \sqrt[4]{5}_{153^\circ 26' 6''}$:

$$\sqrt[4]{w} = \begin{cases} \sqrt[6]{5}_{38^\circ 21' 32''} = \sqrt[6]{5}(\cos 38^\circ 21' 32'' + i \sin 38^\circ 21' 32'') \\ \sqrt[6]{5}_{128^\circ 21' 32''} = \sqrt[6]{5}(\cos 128^\circ 21' 32'' + i \sin 128^\circ 21' 32'') \\ \sqrt[6]{5}_{218^\circ 21' 32''} = \sqrt[6]{5}(\cos 218^\circ 21' 32'' + i \sin 218^\circ 21' 32'') \\ \sqrt[6]{5}_{308^\circ 21' 32''} = \sqrt[6]{5}(\cos 308^\circ 21' 32'' + i \sin 308^\circ 21' 32'') \end{cases}$$

Problema 3 Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen: $a = 5$ cm, $b = 4$ cm y $C = 40^\circ$.

Solución:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \implies c^2 = 25 + 16 - 40 \cos 40^\circ \implies c = 3,22 \text{ cm}$$



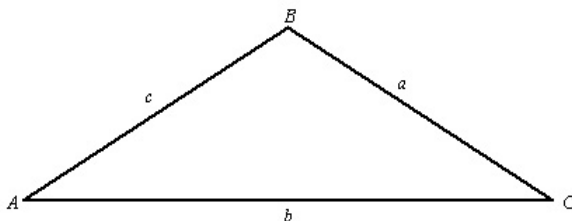
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos A \implies 25 = 16 + 10,36 - 25,76 \cos A \implies A = 87^\circ 34' 46''$$

$$B = 180^\circ - (A + C) = 52^\circ 25' 14''$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} = 6,11 \implies S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6,43 \text{ cm}^2$$

Problema 4 Dos amigos aficionados a la arqueología se encuentran a bordo de un pequeño submarino para investigar un galeotote undido en el mar Mediterraneo. Se sumergieron con un ángulo de 15° sobre la horizontal, estuvieron trabajando en el fondo, y empezaron el ascenso con un ángulo de 23° . Cuando salieron a la superficie estaban a 10 Km del lugar donde iniciaron la inmersión. Calcular los Kms que han recorrido tanto de descenso como de ascenso.

Solución:



$$B = 180^\circ - (A + C) = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \implies \frac{a}{\sin 23^\circ} = \frac{10}{\sin 142^\circ} \implies a = 6,3465 \text{ Km}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \implies \frac{c}{\sin 15^\circ} = \frac{10}{\sin 142^\circ} \implies c = 4,2039 \text{ Km}$$

Problema 5 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$,

sabiendo que $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$

Solución:

$$\tan \alpha = -\frac{1}{2} \implies \cot \alpha = -2$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = \sqrt{5} \implies \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2} \implies \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$