Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Mayo 2008

Problema 1 Dadas la curva: $f(x) = \dfrac{2x-1}{(x+2)^2}$, calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.
3. Signo de la función.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa $x = 2$

Solución:

1. $$f(x) = \frac{2x-1}{(x+2)^2}$$
   - Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \Longrightarrow 2x - 1 = 0 \Longrightarrow x = 1/2 \Longrightarrow (1/2, 0)$.
   - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow (0, -1/4)$.
2. $Dom(f) = R - \{-2\}$
3.

	$(-\infty, 1/2)$	$(1/2, +\infty)$
$f(x)$	$-$	$+$

4. $f(-x) \neq \pm f(x) \Longrightarrow$ No hay simetrías.
5. Asíntotas:

- **Verticales:**

  $x = -2$:
  $$\begin{cases} \lim\limits_{x \longrightarrow -2^-} \dfrac{2x-1}{(x+2)^2} = \left[\dfrac{-5}{0^+}\right] = -\infty \\ \\ \lim\limits_{x \longrightarrow -2^+} \dfrac{2x-1}{(x+2)^2} = \left[\dfrac{-5}{0^+}\right] = -\infty \end{cases}$$

- **Horizontales:** $y = 0$
  $$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{2x-1}{(x+2)^2} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay al haber horizontales

6.
$$f'(x) = -\frac{2(3-x)}{(x+2)^3} = 0 \Longrightarrow x = 3$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 3)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	$-$	$+$	$-$
$f(x)$	decrece	crece	decrece

Crece: $(-2, 3)$

Decrece: $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

7. La función tiene un máximo en el punto $(3, 1/5)$ donde pasa de crecer a decrecer.

8.
$$f''(x) = \frac{2(2x-11)}{(x^2+2)^4} = 0 \Longrightarrow x = \frac{11}{2}$$

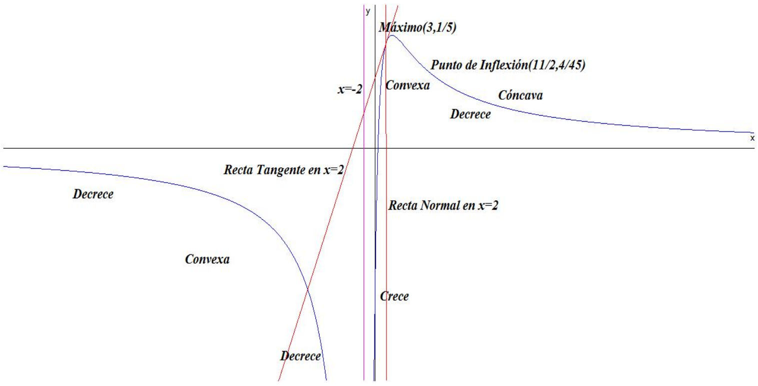
Como el denominador es siempre positivo, tendremos que estudiar el signo del numerador.

	$(-\infty, 11/2)$	$(11/2, +\infty)$
$f''(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	convexa	cóncava

Convexa: $(-\infty, -2) \cup (-2, 11/2)$

Cóncava: $(11/2, \infty)$ Hay un punts de inflexión en el punto $(11/2, 4/45)$.

9. Representación



10.

$$x = 2 \Longrightarrow f(2) = \frac{3}{16}, \;\; m = f'(2) = \frac{1}{32}$$

$$y - \frac{3}{16} = \frac{1}{32}(x-2) \;\; \text{tangente}, \;\; y - \frac{3}{16} = -32(x-2) \;\; \text{normal}$$