

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Octubre 2006

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x+2y-z=1 \\ x-8y+5z=1 \\ 2x-y+z=2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x+y+z=2 \\ 2x-y-z=1 \\ 3x+y-z=4 \end{array} \right.$$

Solución:

$$\left\{ \begin{array}{l} x+2y-z=1 \\ x-8y+5z=1 \\ 2x-y+z=2 \end{array} \right. \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \left\{ \begin{array}{l} x=1-\frac{1}{5}\lambda \\ y=\frac{3}{5}\lambda \\ z=\lambda \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y+z=2 \\ 2x-y-z=1 \\ 3x+y-z=4 \end{array} \right. \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \left\{ \begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{array} \right.$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log x^2 - \log(x+1) = 1 + \log(x-1)$

b) $\log(3x+5) - \log x = 2$

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log(25x) - 2$

Solución:

a) $\log x^2 - \log(x+1) = 1 + \log(x-1) \implies \log \frac{x^2}{x+1} = \log 10(x-1) \implies x^2 - 10(x^2 - 1) = 0 \implies x = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

b) $\log(3x+5) - \log x = 2 \implies \log \frac{3x+5}{x} = \log 100 \implies x = \frac{5}{97}$.

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log(25x) - 2 \implies \log(x^2 - 1) = \log \frac{25x}{100} \implies 4x^2 - x - 4 = 0 \implies x = 1, 133; x = -0, 883$.

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+2)(y+2) = 9 \\ xy = 1 \end{array} \right.$$

Solución:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+2)(y+2) = 9 \\ xy = 1 \end{array} \right. \implies x = 1, y = 1$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{8} \leq 1 - \frac{x}{12}$

b) $\frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 + x - 6} \geq 0$

Solución:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{8} \leq 1 - \frac{x}{12} \implies \left[-\infty, \frac{22}{7}\right]$

b) $\frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 + x - 6} \geq 0 \implies (-\infty, -5] \cup (-3, 2) \cup [7, \infty)$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^5 - x - 1}{3x^4 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{2x^6 - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x^3 + 5x + 1}{-9x^3 + 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x^2 - 1}{x^3 + 1} \right)^{\frac{x^2 - x + 3}{2}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-1} \right)^{2x}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x + 1}{2x^3 + 5} \right)^{x-2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^5 - x - 1}{3x^4 - 1} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{2x^6 - 2} = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x^3 + 5x + 1}{-9x^3 + 2} = -\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + x^2 - 1}{x^3 + 1} \right)^{\frac{x^2 - x + 3}{2}} = +\infty$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-1} \right)^{2x} = e^{12}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x + 1}{2x^3 + 5} \right)^{x-2} = 0$$