

**Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato**  
**Octubre 2006**

---

---

**Problema 1** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + 2y - z = 1 \\ 3x + y + 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

**Solución:**

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + 2y - z = 1 \\ 3x + y + 2z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 7/20 \\ y = 9/20 \\ z = 1/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x + 2y - z = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

**Problema 2** Resolver las ecuaciones:

a)  $\log x - \log(x - 3) = \log(2x)$

b)  $\log x - \log(x - 1) = 2$

c)  $\log(2 + x^2) - \log x = 1$

**Solución:**

a)  $\log x - \log(x - 3) = \log(2x) \implies \log \frac{x}{x - 3} = \log(2x) \implies x^2 - 5x = 0 \implies x = 7/2.$

b)  $\log x - \log(x - 1) = 2 \implies \log \frac{x}{x - 1} = \log 100 \implies x = \frac{100}{99}.$

c)  $\log(2 + x^2) - \log x = 1 \implies \log \frac{2 + x^2}{x} = \log 10 \implies x^2 - 10x + 2 = 0 \implies x = 9,795; x = 0,205.$

**Problema 3** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

**Solución:**

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3}, y = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x = \frac{2\sqrt{3}}{3}, y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

**Problema 4** Resolver las inecuaciones siguientes:

a)  $\frac{x-1}{5} - \frac{x}{10} \leq \frac{x+3}{2}$

b)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} \geq 0$

**Solución:**

a)  $\frac{x-1}{5} - \frac{x}{10} \leq \frac{x+3}{2} \implies \left[-\frac{17}{4}, +\infty\right)$

b)  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} \geq 0 \implies (-\infty, -2) \cup [-1, 1) \cup [3, \infty)$

**Problema 5** Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + 2x^5 - 1}{5x^6 + 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^4 + x}{x^6 + 2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x^5 - 2x + 1}{-3x^4 + 3}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x^2+3}{2}}$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4 + 1}{2x^4} \right)^{x+2}$

**Solución:**

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + 2x^5 - 1}{5x^6 + 1} = \frac{3}{5}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^4 + x}{x^6 + 2} = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x^5 - 2x + 1}{-3x^4 + 3} = -\infty$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x^2+3}{2}} = +\infty$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x} = e^{-2}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4 + 1}{2x^4} \right)^{x+2} = 0$$