# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

**Abril 2007**

**Problema 1** Sean $A(-1, 0)$, $B(3, -1)$ y $C(0, 5)$, los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

a) Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.

b) Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.

c) El circuncentro.

**Solución:**

a) $r$ une $A$ con $B$ $r: 5x - y + 5 = 0$

$s$ une $A$ con $C$ $s: x + 4y + 1 = 0$

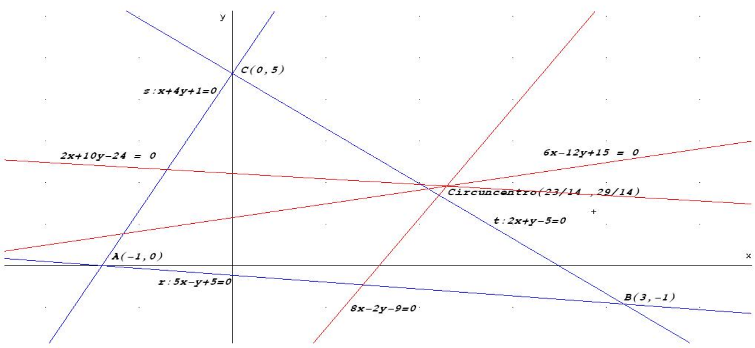
$t$ une $B$ con $C$ $t: 2x + y - 5 = 0$

b) Entre $A$ y $B$ $8x - 2y - 9 = 0$

Entre $C$ y $B$ $6x - 12y + 15 = 0$

Entre $A$ y $C$ $2x + 10y - 24 = 0$

c) El circuncentro es $\left(\frac{23}{14}, \frac{29}{14}\right)$




**Problema 2** Dada una elipse de focos $(-4, 0)$ y $(4, 0)$ con una excentricidad $e = 4/5$, encontrar la ecuación de una circunferencia cuyo diámetro coincida con el eje mayor y su centro es el punto en el que corta esta elipse y el eje de abcisas $(OX)$.

**Solución:**

$$e = \frac{c}{a} \Longrightarrow a = 5$$

El centro será: $C(5,0)$ y el radio $r = 5$

$$(x-5)^2 + y^2 = 25 \Longrightarrow x^2 + y^2 - 10x = 0$$

**Problema 3** De una hipérbola se conoce su eje principal que vale 8 y tiene de excentricidad 1,5. Encontrar sus focos, su ecuación general, sus asíntotas y su dibujo aproximado.

**Solución:**

$$a = 4, \ \ e = \frac{c}{a} \Longrightarrow c = 6$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Longrightarrow b^2 = 20, \ \ b = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1 \Longrightarrow 20x^2 - 16y^2 = 320$$

$$\text{Asíntotas}: y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

**Problema 4** Encontrar el lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$, que cumplan que, la distancia de ellos a la recta $x + y = 0$ y la distancia de ellos al punto$A(2,0)$, es siempre la misma. Identifica de que figura se trata y encuentra las rectas tangente y normal a ella en el punto $(1, \sqrt{5})$.

**Solución:**

Por definición se trata de una parábola

$$d(P,r) = \frac{2x}{\sqrt{2}}, \ \ |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\frac{2x}{\sqrt{2}} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2} \Longrightarrow x^2 + y^2 - 2xy - 8x + 8 = 0$$

$$(2y-2x)\partial y = -(2x-2y-8)\partial x \Longrightarrow y' = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2x-2y-8}{2y-2x} \Longrightarrow m = \sqrt{5}+2$$

$$\text{Tangente}: y - \sqrt{5} = (\sqrt{5}+2)\sqrt{5}(x-1)$$

$$\text{Normal}: y - \sqrt{5} = -\frac{1}{\sqrt{5}+2}(x-1)$$