

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Diciembre 2006

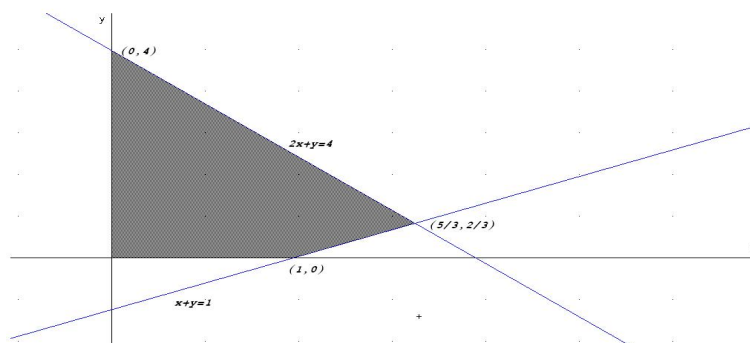
---

---

**Problema 1** Calcular los valores máximo y mínimo que toma la función  $z(x, y) = 2x - y$  en el siguiente recinto

$$\begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ x - y \leq 1 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

**Solución:** Observar el dibujo:



$$\begin{cases} z(1, 0) = 2 \\ z(0, 4) = -4 \\ z\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3} \end{cases}$$

El valor máximo corresponde al punto  $(5/3, 2/3)$  con un valor de  $8/3$  y el valor mínimo corresponde al punto  $(0, 4)$  con valor  $-4$ .

**Problema 2** Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 2}{2x - 1} \right)^{2x+1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 2}{x + 3} \right)^{x-1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$

$$f) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3}$$

**Solución:**

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 2}{2x - 1} \right)^{2x+1} = e^3$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 2}{x + 3} \right)^{x-1} = e^{-5}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10} = \frac{28}{13}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1} = \frac{6}{5}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2} = \frac{2}{3}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3} = \frac{3}{2}$$

**Problema 3** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

$$a) y = (x^3 - 2x + 1)^{11}$$

$$b) y = x^2 \ln x$$

$$c) y = \ln \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)$$

$$d) y = e^{2x^2 - 1}$$

$$e) y = 3^{4x - 1}$$

$$f) y = \log_3(x^2 - 1)$$

$$g) y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)}$$

$$h) y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 3}$$

**Solución:**

$$a) y = (x^3 - 2x + 1)^{11} \implies y' = 11(3x - 2)(x^3 - 2x + 1)^{10}$$

$$b) y = x^2 \ln x \implies y' = 2x \ln x + x$$

$$c) y = \ln \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right) \implies y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - \frac{2x}{x^2 - 1}$$

$$d) y = e^{2x^2 - 1} \implies y' = 4xe^{2x^2 - 1}$$

$$\text{e) } y = 3^{4x-1} \implies y' = 4 \cdot 3^{4x-1} \ln 3$$

$$\text{f) } y = \log_3(x^2 - 1) \implies y' = \frac{2x}{(x^2-1)\ln 3}$$

$$\text{g) } y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \implies y' = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \left( \frac{\ln(2x^2+1)}{x} + \frac{4x \ln(x)}{2x^2+1} \right)$$

$$\text{h) } y = \frac{x^2-2x+5}{x-3} \implies y' = \frac{x^2-6x+1}{(x-3)^2}$$

**Problema 4** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Solución:**

$$a = 0, \quad f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x + 1)^2} \implies m = f'(0) = -1$$

$$\text{Recta Tangente: } y - 1 = -x \implies x + y - 1 = 0$$

$$\text{Recta Normal: } y - 1 = x - 0 \implies x - y + 1 = 0$$