

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2006

---

---

**Problema 1** Si  $\cot \alpha = -\frac{1}{5}$  y  $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$  calcula las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$ .

**Solución:**

$$\cot \alpha = -\frac{1}{5} \implies \tan \alpha = -5$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\sqrt{26}, \quad \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\sin^2 \alpha + \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2 = 1 \implies \sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{26}}, \quad \csc \alpha = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

**Problema 2** Demostrar que  $\tan \alpha \sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$

**Solución:**

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1$$

$$2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

**Problema 3** Resolver la ecuación trigonométrica

$$\cos 2x + \cos x \sin 2x = 2 \sin x + 1$$

**Solución:**

$$\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos^2 x = 2 \sin x + 1$$

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x (1 - \sin^2 x) = 2 \sin x + 1$$

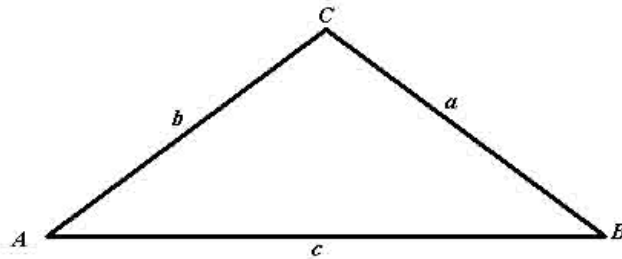
$$-2 \sin^2 x - 2 \sin^3 x = 0 \implies \sin x = 0, \quad \sin x = -1$$

$$\sin x = 0 \implies x = 0 + 2k\pi, \quad x = \pi + 2k\pi$$

$$\sin x = -1 \implies x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

**Problema 4** Enunciar y demostrar el teorema del seno

**Solución:** Ver teoría.



**Problema 5** Resolver un triángulo no rectángulo del que conocemos dos de sus lados  $a = 16$ ,  $c = 9$  y uno de sus ángulos  $B = 115^\circ$ , que no es el opuesto a ninguno de estos lados.

**Solución:**

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \implies b = 21,417$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \implies A = 22^\circ 23' 10''$$

$$C = 180^\circ - (A + B) = 42^\circ 36' 50''$$

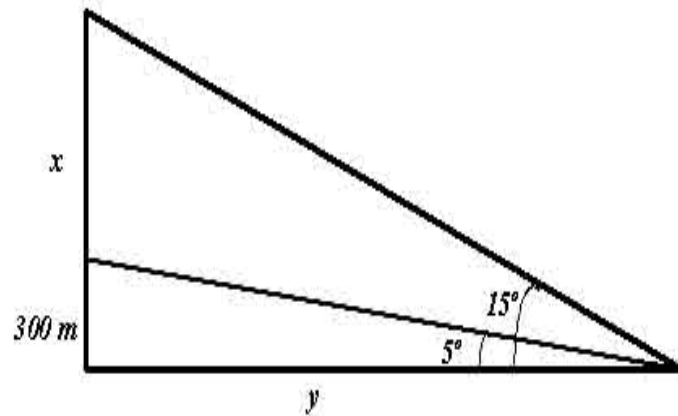
$$S = \sqrt{23,21(23,21 - 16)(23,21 - 9)(23,21 + 21,417)} = 65,24$$

**Problema 6** Un paracaidista de acrobacias en una exhibición sabe que, en su caída libre desde el avión tiene que abrir el paracaídas cuando su altímetro le indique que le quedan 300 m. para llegar al suelo. Suponemos que en el momento que se lanza el avión se encuentra en suspensión (sin movimiento) y lo observamos con un ángulo de  $15^\circ$ , cuando abre el paracaídas le vemos con un ángulo de  $5^\circ$ . Se pide calcular la altura desde la que se ha lanzado y la distancia que recorreremos para encontrarnos con él.

**Solución:**

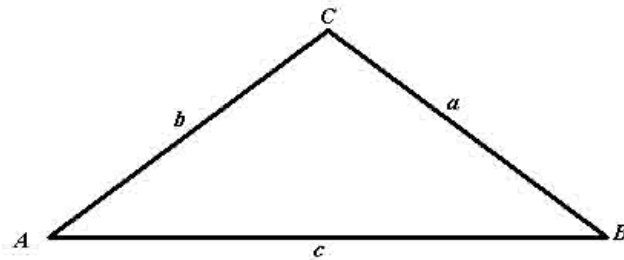
$$\begin{cases} \tan 5^\circ = \frac{300}{y} \\ \tan 15^\circ = \frac{300+x}{y} \end{cases} \implies \begin{cases} x = 618,8 \text{ m} \\ y = 3.429 \text{ m} \end{cases}$$

El paracaidista se lanzó desde 918,8 m.



**Problema 7** Dos destructores detectan un submarino, que se encuentra sumergido en la línea que separa a ambos, y que es de 5 Km. Uno de ellos lo detecta con un ángulo de  $35^\circ$  y el otro de  $20^\circ$ . Los tres se encuentran parados y preparan sus torpedos, tan sólo les queda calcular la distancia hasta su enemigo, el primero que la calcule será el que sobrevivirá. Se pide que las calcules.

**Solución:**



$$C = 180^\circ - (20^\circ + 35^\circ) = 125^\circ$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \implies a = \frac{5 \sin 20^\circ}{\sin 125^\circ} = 2,0876 \text{ Km}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \implies b = \frac{5 \sin 35^\circ}{\sin 125^\circ} = 3,5010 \text{ Km}$$