

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2006

Problema 1 Si $\csc \alpha = 3$ y $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ calcula las restantes razones trigonométricas de α .

Solución:

$$\begin{aligned}\csc \alpha = 3 &\implies \sin \alpha = \frac{1}{3} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 &\implies \cos \alpha = -\frac{\sqrt{8}}{3}, \quad \sec \alpha = -\frac{3}{\sqrt{8}} \\ \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} &= -\frac{1/3}{\sqrt{8}/3} = -\frac{1}{\sqrt{8}}, \quad \cot \alpha = -\sqrt{8}\end{aligned}$$

Problema 2 Demostrar que $\frac{2 \sin^3 x + \sin 2x \cos x}{2 \sin x} = 1$

Solución:

$$\frac{2 \sin^3 x + \sin 2x \cos x}{2 \sin x} = \frac{2 \sin x (\sin^2 x + \cos^2 x)}{2 \sin x} = 1$$

Problema 3 Resolver la ecuación trigonométrica

$$\sin 2x \cos x + \cos 2x = 2 \sin x + 1$$

Solución:

$$\begin{aligned}2 \sin x \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x &= 2 \sin x + 1 \\ 2 \sin x (1 - \sin^2 x) + (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x &= 2 \sin x + 1 \\ -2 \sin^2 x (\sin x + 1) = 0 &\implies \sin x = 0 \implies x = 0 + 2k\pi, \quad x = \pi + 2k\pi \\ \sin x = -1 &\implies x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\end{aligned}$$

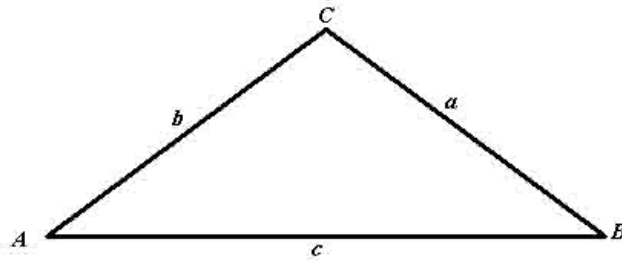
Problema 4 Enunciar y demostrar el teorema del seno

Solución: Ver teoría.

Problema 5 Resolver un triángulo no rectángulo del que conocemos dos de sus lados $a = 10$, $b = 16$ y uno de sus ángulos $C = 105^\circ$, que no es el opuesto a ninguno de estos lados.

Solución:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \implies c = 20,498$$



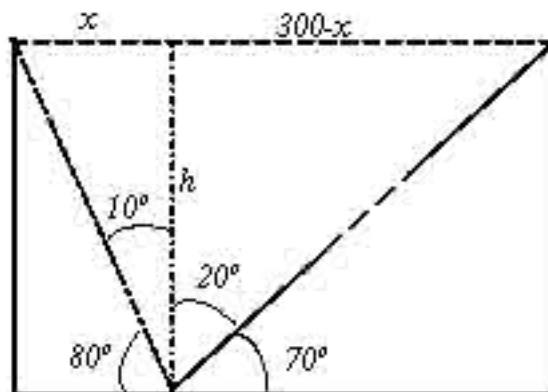
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \implies A = 27^{\circ}27'30''$$

$$B = 180^{\circ} - (A + C) = 47^{\circ}32'30''$$

$$S = \sqrt{46,9(46,9 - 10)(46,9 - 16)(46,9 - 20,498)} = 77,274$$

Problema 6 Desde el fondo de un desfiladero observamos a Isaac en su nuevo entretenimiento, el de equilibrista. Tratará de cruzar el desfiladero por todo lo alto. Le observamos desde abajo con un poco de pesimismo. Podemos ver un extremo de la cuerda con un ángulo de 80° y el otro con un ángulo de 70° . Si sabemos que el desfiladero tiene 300 metros de ancho calcular a que altura se encuentra nuestro amigo.

Solución:



$$\begin{cases} \tan 10^\circ = \frac{x}{h} \\ \tan 20^\circ = \frac{300-x}{h} \end{cases} \implies \begin{cases} x = 97,90554642 \text{ m} \\ h = 555,2499477 \text{ m} \end{cases}$$

Problema 7 A dos puertos, separados longitudinalmente por 20 Km, se reciben a la vez señales de socorro de un barco que se encuentra en alta mar. El puerto A recibe la señal con un ángulo de 75° mientras que el B lo recibe con un ángulo de 60° . También se sabe que el barco está entre los dos puertos, pero perdido dentro del mar, y se pide calcular a que distancia se encuentra de ellos.

Solución:

$$C = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \implies a = \frac{20 \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 27,32 \text{ Km}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \implies b = \frac{20 \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 24,49 \text{ Km}$$

