

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Junio 2006

Problema 1 Resolver

1. la ecuación logarítmica $\log(1+x) - \log x = 2$
2. la inecuación $\frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2} > 0$
3. y discutir el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x+ & y- & z = & 1 \\ 2x- & y- & 2z = & -1 \\ 2x+ & y+ & 2z = & 3 \end{cases}$$

Solución:

1. $\frac{1+x}{x} = 100 \implies x = \frac{1}{99}$
2. $(-1, 2) \cup (3, \infty)$
- 3.

$$\begin{cases} x+ & y- & z = & 1 \\ 2x- & y- & 2z = & -1 \\ 2x+ & y+ & 2z = & 3 \end{cases} \begin{cases} x = 1/2 \\ y = 1 \\ z = 1/2 \end{cases}$$

El sistema es compatible determinado, tiene solución única.

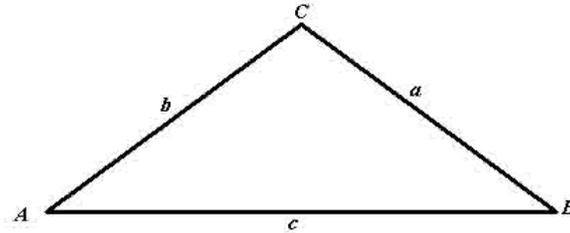
Problema 2 Resolver:

1. Si α pertenece al primer cuadrante, y $\tan \alpha = 1$, calcular el resto de sus razones trigonométricas.
2. Resolver el triángulo no rectángulo del que se conocen los siguientes datos: $c = 22$ cm, $C = 120^\circ$ y $b = 8$ cm.

Solución:

- 1.

$$\begin{aligned} \tan \alpha = 1 &\implies \cot \alpha = 1 \\ \tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha &\implies \sec \alpha = \sqrt{2} \\ \sec \alpha = \sqrt{2} &\implies \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 &\implies \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} &\implies \csc \alpha = \sqrt{2} \end{aligned}$$



2.

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \implies B = 18^\circ 21' 21''$$

$$A = 180^\circ - (C + B) = 41^\circ 38' 38''$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \implies a = 16,88 \text{ cm}$$

Problema 3 Dadas la curva: $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$, calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \implies (1, 0), (-1, 0)$.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies$ No hay.

- $Dom(f) = R - \{0\}$
- $f(-x) = \frac{(-x)^2-1}{(-x)^2} = \frac{x^2-1}{x^2} = f(x) \implies$ la función es par, simétrica respecto al eje OY .

2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \left[\frac{-1}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x^2} = \left[\frac{-1}{0^+} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 1$, ya que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

- **Oblicuas:** No hay, ya que existen asíntotas horizontales.

3.

$$y' = \frac{2}{x^3} \neq 0$$

No hay ni máximos ni mínimos

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
y'	-	+
y	decrece	crece

Crece en el intervalo $(0, \infty)$ y Decrece en el intervalo $(-\infty, 0)$.

4. La función no tiene ni máximos ni mínimos.

5.

$$y'' = \frac{-6}{x^4} \neq 0$$

La función no tiene puntos de inflexión y es siempre negativa. La función es Convexa en el intervalo $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

6. Representación

