

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Mayo 2005

Problema 1 Dada la función $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x}$ Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Monotonía.
6. Máximos y Mínimos.
7. Representación gráfica aproximada.
8. Calcular el área encerrada por $f(x)$, las rectas $x = 2$, $x = 3$ y el eje OX .
9. Calcular la recta tangente y normal a $f(x)$ en $x = 2$

Solución:

1. $Dom f = R - \{0, 1\}$
2. Con el eje OY : No tiene

Con el eje OX : $f(x) = 0 \implies (1/2, 0)$.

- 3.

$$f(-x) = \frac{-2x-1}{(-x)^2-x}$$

Luego ni es par ni es impar.

4. • **Verticales:** $x = 1$ y $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

- Horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \implies y = 0$$

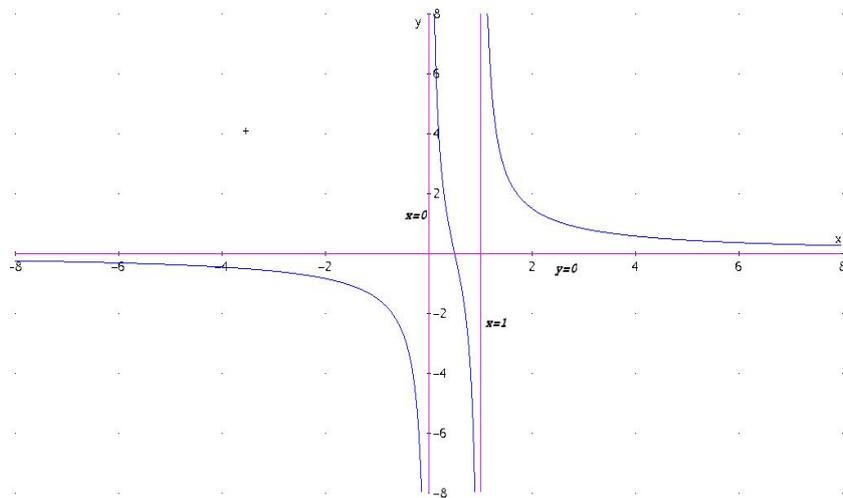
- Oblicuas: No Hay

5.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 2x - 1}{(x^2 - x)^2} < 0$$

La función es siempre decreciente y por tanto no tiene ni máximos ni mínimos.

6. No tiene.



7.

8.

$$\int_2^3 \frac{2x-1}{x^2-x} dx = \ln|x^2-x| \Big|_2^3 = \ln 3$$

9.

$$f'(2) = -\frac{5}{4}, \quad f(2) = \frac{3}{2}$$

$$\text{tangente: } y - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4}(x - 2)$$

$$\text{normal: } y - \frac{3}{2} = \frac{4}{5}(x - 2)$$